مجلس أبوظبي للتعليم

الصف الثاني عشر العلمي

مدرسة زايد الأول

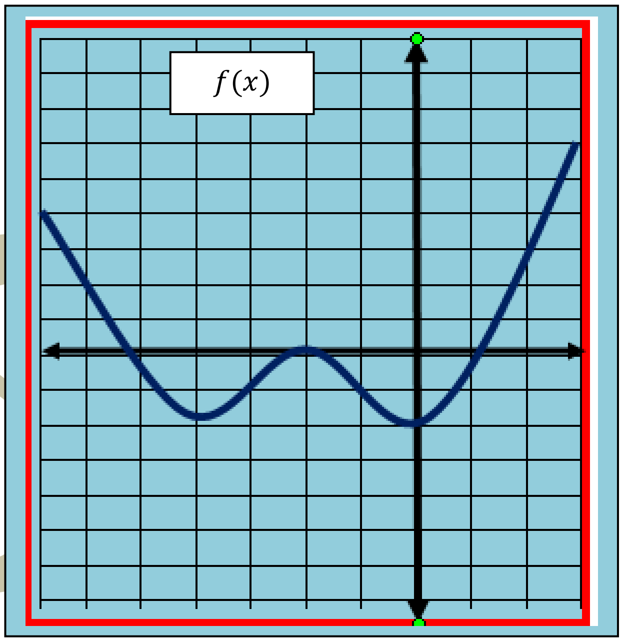
النموذج (B) للتدريب

Mr. Hilal Hussein

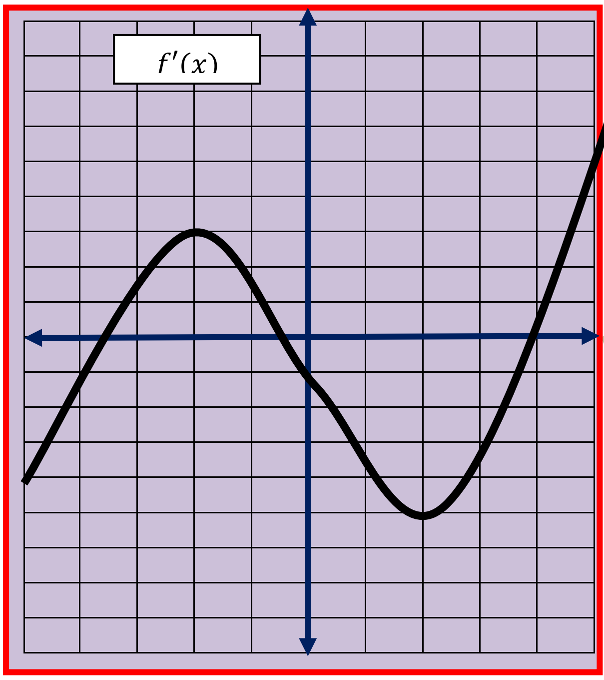
الإجابة النموذجية

*** السؤال الأول :-**

(I) اعتمد على الأشكال التالية و أكمل الجدول :-



الشكل (١)



الشكل (٢)

الشكل	الشكل (١)	الشكل (٢)
النقاط الحرجة	$x = 0 , x = -2 , x = -4$	$x = \frac{-7}{2} , x = \frac{-1}{2} , x = 4$
فترات التزايد	$[-4, -2] , [0 , \infty]$	$\left[\frac{-7}{2}, \frac{-1}{2}\right] , [4 , \infty]$
فترات التناقص	$]-\infty, -4] , [-2 , 0]$	$\left]-\infty, \frac{-7}{2}\right] , \left[\frac{-1}{2} , 4\right]$
القيمة العظمى المحلية	**0**	$f\left(\frac{-1}{2}\right)$
القيمة الصغرى المحلية	**-1**	$f\left(\frac{-7}{2}\right) , f(4)$

(II) إذا علمت أن: $f:[1,2]\to R: f(x)=x+\frac{1}{x}$

ابحث في إمكانية تطبيق نظرية القيمة المتوسطة بالنسبة للدالة $f(x)$ على $[1,2]$ و إن أمكن أوجد قيمة c .

(1) الدالة $f(x)$ متصلة علي $R/\{0\}$ وهي متصلة علي $[1,2]$

(2) $$f'(x)=1-\frac{1}{x^2}$$

$\therefore$ الدالة قابلة للاشتقاق علي $(1,2)$

شروط نظرية القيمة المتوسطة محققة

يوجد علي الاقل $c \in (1,2)$ حيث $\leftarrow$ $$f'(c)=\frac{f(2)-f(1)}{2-1}=\frac{\frac{5}{2}-2}{1}=\frac{1}{2}$$

$$1-\frac{1}{c^2}=\frac{1}{2}\to 1-\frac{1}{2}=\frac{1}{c^2}\to\frac{1}{2}=\frac{1}{c^2}$$

$c=-\sqrt{2}$ مرفوض , $c=\sqrt{2}\in(1,2)$

$\therefore$ يوجد c يكون عندها المماس يوازي الوتر

(III) إذا علمت أن منحنى الدالة $f(x)$ هو $f(x)=ax^3+bx^2+5x+3$ ، و كانت للدالة $f(x)$ قيمة عظمى محلية عند $x=1$ و قيمة صغرى محلية عند $x=-1$ فما قيمة a,b ؟

عند $x=1$ نقطة حرجة $\leftarrow$ $\therefore f'(1)=0\to 3ax^2+2b|_{x=1}=0$

$\therefore 3a+2b=-5\to(1)$

عند $x=-1$ حرجة $\leftarrow$ $\therefore 3ax^2+2b|_{x=-1}=0$

$3a-2b=-5\to(1)$

بالجمع **1 , 2**

$3a+2b=-5\to(2)$

$$\therefore \boldsymbol{a=\frac{-5}{3}}\quad ,\boldsymbol{b=0}$$

أ.هلال حسين

* السؤال الثاني :-

(I) وجد أحد مصانع الأجهزة الكهربية أنه يكسب ٣٠ درهم في كل جهاز ، إذا كان إنتاجه الشهري ٥٠ جهازاً ، فإذا زاد الإنتاج عن هذا العدد فإن الربح في الجهاز يقل ٥٠ فلساً عن كل جهاز زيادة. أوجد عدد الأجهزة التي ينتجها المصنع في الشهر ليحقق أكبر ربح ممكن .

الجواب : ٥٥ جهاز

نفرض أن عدد الاجهزة الزيادة $= x$, العدد الكلي $= 50 + x$

$x > 0$

$\therefore$ الربح في الجهاز بعد الزيادة $\left(30 - \frac{1}{2}x\right)$

$$P = (50 + x) \times \left(30 - \frac{1}{2}x\right) = 1500 - 25x + 30x - \frac{1}{2}x^2 = 1500 + 5x - \frac{1}{2}x^2$$

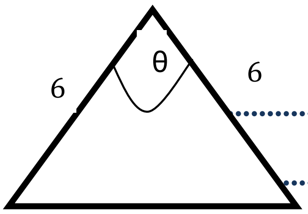
$$P' = 5 - x = 0 \quad \therefore \; x = 5$$

x	0	5	∞
P'	$+$	0	$-$
P	$\nearrow$		$\searrow$

قيمة عظمى مطلقة عند $x = 5$

عدد الاجهزة 55 جهاز يحقق أعلى ربح

(II) مثلث متساوي الساقين طول كل من ساقيه يساوي $6\ cm$ و قياس الزاوية بينهما يساوي θ راديان ، فإذا تغيرت (θ) بمعدل $\frac{\pi}{90}\ rad/min$ حيث $\pi = 3.14$. فأوجد معدل تغير مساحة سطح المثلث عندما $\theta = \frac{\pi}{6}$.



$$A = \frac{1}{2} \times 6 \times 6 \sin\theta \;\rightarrow A = 18 \sin\theta$$

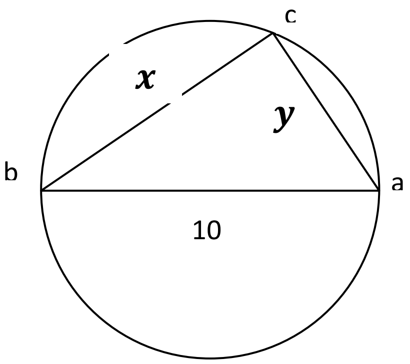
$$\frac{dA}{dt} = 18\cos\theta \times \frac{d\theta}{dt}$$

$$\frac{dA}{dt} = 18\cos\frac{\pi}{6} \times \frac{\pi}{90} = 18 \times \frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{3.14}{90}$$

$$\frac{dA}{dt} = 0.544\ cm^2/min$$

أ.هلال حسين

(III) تتحرك نقطة على دائرة طول قطرها $10\ cm$ ، أوجد بعدي النقطة عن طرفي قطر الدائرة بحيث يكون مجموع بعديهما أكبر ما يمكن.



$$x^2+y^2=100$$

$$y^2=\sqrt{100-x^2} : x\in(0,10)$$

$$L=x+y \to L=x+\sqrt{100-x^2}$$

$$L'=1-\frac{2x}{\sqrt{100-x^2}}$$

$$1=\frac{x}{\sqrt{100-x^2}} \quad \therefore \sqrt{100-x^2}=x \to 100-x^2=x^2$$

$$100=2x^2 \to x^2=50 \to x=5\sqrt{2}$$

أكمل الحل ... ...

x	
L'	
L	

$\boxed{\text{الجواب :}\ 5\sqrt{2}\ ,5\sqrt{2}\ cm}$

....

....

....

....

....

....

....

....

*** السؤال الثالث :-**

(I) للقطع المكافئ $(y-1)^2-4x+12=0$ ، أوجد:

١) الصورة القياسية للقطع .

٢) إحداثيات الرأس والبؤرة.

٣) معادلة الدليل

٤) معادلة محور التماثل

$$(y-1)^2=4x-12 \to (y-1)^2=4(x-3) \to (x-3)=\frac{1}{4}(y-1)^2$$

$$a=\frac{1}{4} \to p=\frac{1}{4\times\frac{1}{4}} \quad \therefore p=1$$

البؤرة $(4\ ,1) \leftarrow$ البؤرة هي$(3+p\ ,1)$ $\therefore$ الرأس هي$(3\ ,1)$

....

....

....

* معادلة الدليل $\therefore x = 2 \quad x = h - p \to x = 3 - 1 = 2$

معادلة محور التماثل $y = k \to y = 1$

(II) اكتب معادلة القطع الناقص، مركزه النقطة $(2\,,2)$ ، و إحدى بؤرتيه $(-1\,,2)$ و طول محوره الأكبر يساوي $\sqrt{10}$.

الجواب : $\frac{(x-2)^2}{10} + \frac{(y-2)^2}{1} = 1$

$c = |-1-2| = 3 \to c = 3$

$2a = 2\sqrt{10} \to a = \sqrt{10}$

$c^2 = a^2 - b^2 \to 9 = 10 - b^2 \to b^2 = 1$

$$\frac{(x-2)^2}{10} + \frac{(y-2)^2}{1} = 1$$

(III) اكتب معادلة القطع الزائد الذي رأساه $(\pm 4\,,0)$ ، و يمر بالنقطة $(8\,,2)$.

$\therefore$ المركز $\{(0,0)\}$: $2a = |4+4| = 8 \to a = 4$

النقطة تحقق المعادلة $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 \to \frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{b^2} = 1$

$$\therefore \frac{64}{16} - \frac{4}{b^2} = 1 \to \therefore \frac{4}{b^2} = 4 - 1 \to b^2 = \frac{4}{3}$$

$$\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{\frac{4}{3}} = 1 \to \frac{x^2}{16} - \frac{3y^2}{4} = 1$$

أ.هلال حسين

مع أطيب التمنيات بالتوفيق والنجاح