إختبر نفسك في الثوابت

(س) لتكن $\lim_{x \rightarrow 7} \frac{3 - \sqrt{x - a}}{x - 7} = \frac{-1}{4}$ فما قيمة a ؟ موضحاً خطوات الحل.

(س) لتكن $f(x) = \begin{cases} ax + 6 & : x > 3 \\ 9 & : x = 3 \\ bx^2 - a & : x < 3 \end{cases}$

دالة متصلة عند $x = 3$ فما قيم a, b الثوابت

(س) لتكن الدالة $f(x) = \frac{x^2 + 5}{3ax + 10}$ متصلة علي R فما قيمة a (مبرر إجابتك)

مع تحياتي....أ.هلال حسين

(س) لتكن $f(x) = \begin{cases} a + \cos\left(\frac{\pi}{x} - 1\right) & : x \geq \pi \\ (bx - x)^{[x]} & : x < \pi \end{cases}$ أوجد a, b علماً بأن $\lim_{x \rightarrow \pi} f(x) = 8$

الحل

(س) لتكن $f(x) = \begin{cases} 5|x| - b & : x > 1 \\ ax^2 + b & : x < 1 \end{cases}$ فما قيم b, a ؟

علماً بأن $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = -1$

(س) لتكن $f(x) = \begin{cases} \frac{x^3-1}{x-1} - 3 & : x > a \\ 2ax + 3a - 2 & : x \leq a \end{cases}$ أوجد قيم a التي تجعل $(\lim_{x \rightarrow a} f(x))$ موجودة

*** (س) لتكن $f(x) = \frac{x^2 + 9}{x^2 + ax + 9}$ متصلة على $\mathbb{R}$ فما قيم ؟

الإجابة النموذجية

(س) لتكن $\lim_{x \rightarrow 7} \frac{3 - \sqrt{x - a}}{x - 7} = \frac{-1}{4}$ فما قيمة a ؟ موضحاً خطوات الحل.

الحل

$$\lim_{x \rightarrow 7} (x - 7) = 0, \quad \therefore \text{النهاية موجودة}$$

$$\therefore \lim_{x \rightarrow 7} (3 - \sqrt{x - a}) = 0 \Rightarrow 3 - \sqrt{7 - a} = 0 \quad \therefore 3 = \sqrt{7 - a} \Rightarrow 9 = 7 - a \Rightarrow a = -2$$

(س) لتكن $f(x) = \begin{cases} ax + 6 & : x > 3 \\ 9 & : x = 3 \\ bx^2 - a & : x < 3 \end{cases}$

دالة متصلة عند $x = 3$ فما قيم a, b الثوابت

الحل

$\therefore$ الدالة $f(x)$ متصلة عند $x = 3$

$$\lim_{x \rightarrow 3^+} (ax + 6) = 9 \Rightarrow 3a + 6 = 9 \Rightarrow 3a = 3 \Rightarrow a = 1$$

$$\lim_{x \rightarrow 3^-} (bx^2 - a) = 9 \Rightarrow 9b - 1 = 9 \Rightarrow 9b = 10 \Rightarrow b = \frac{10}{9}$$

(س) لتكن الدالة $f(x) = \frac{x^2 + 5}{3ax + 10}$ متصلة علي R فما قيمة a (مبرر إجابتك)

الحل

$\therefore$ الدالة متصلة علي R وهي كسرية $\therefore$ لا يوجد أصفار للمقام $\therefore$ نضع $a = 0$

مع تحياتي....أ.هلال حسين

$$\lim_{x \rightarrow \pi} f(x) = 8 \text{ لتكن (س) } f(x) = \begin{cases} a + \cos\left(\frac{\pi}{x} - 1\right) & : x \geq \pi \\ (bx - x)^{[x]} & : x < \pi \end{cases} \text{ أوجد } a, b \text{ علماً بأن}$$

الحل

$$\lim_{x \rightarrow \pi^+} \left(a + \cos\left(\frac{\pi}{x} - 1\right) \right) = 8 \Rightarrow a + 1 = 8 \Rightarrow a = 7$$

$$\lim_{x \rightarrow \pi^-} (bx - x)^3 = 8 \Rightarrow (b\pi - \pi)^3 = 8 \Rightarrow b\pi - \pi = 2 \Rightarrow b = \frac{\pi + 2}{\pi}$$

$$\text{لتكن (س) } f(x) = \begin{cases} 5|x| - b & : x > 1 \\ ax^2 + b & : x < 1 \end{cases} \text{ فما قيم } a, b ?$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = -1 \text{ علماً بأن}$$

الحل

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} (5x - b) = -1 \Rightarrow 5 - b = -1 \Rightarrow b = 6$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} (ax^2 + b) = -1 \Rightarrow a + 6 = -1 \Rightarrow a = 7$$

$$\text{لتكن (س) } f(x) = \begin{cases} \frac{x^3 - 1}{x - 1} - 3 & : x > a \\ 2ax + 3a - 2 & : x \leq a \end{cases} \text{ أوجد قيم } a \text{ التي تجعل (موجودة } \lim_{x \rightarrow a} f(x))$$

الحل

$$\lim_{x \rightarrow a^+} \left(\frac{x^3 - 1}{x - 1} - 3 \right) = \lim_{x \rightarrow a^-} (2ax + 3a - 2) \Rightarrow \lim_{x \rightarrow a^+} \left(\frac{(x - 1)(x^2 + x + 1)}{x - 1} - 3 \right) = 2a^2 + 3a - 2 = 6$$

$$a^2 + a + 1 - 3 = 2a^2 + 3a - 2 \Rightarrow a^2 + 2a + 1 = 0 \Rightarrow (a + 1)^2 = 0 \Rightarrow a = -1$$

$$f(x) = \frac{x^2 + 9}{x^2 + ax + 9} \text{ متصلة علي } \mathbb{R} \text{ فما قيم } a ? \text{*** (س) لتكن}$$

الحل

∴ الدالة كسرية متصلة علي $\mathbb{R}$ ∴ لا توجد أصفار للمقام

$$\therefore b^2 - 4ac < 0 \Rightarrow a^2 - 4 \times 9 < 0 \Rightarrow a^2 < 36 \Rightarrow |a| < 6 \Rightarrow a \in (-6, 6)$$