

أوراق عمل

بفرض أن $f(x)$ دالة متصلة على $[-4, 3]$ وقابلة للاشتقاق في الفترة $[-4, 3]$ والجدول التالي يعطي بعض قيم $f'(x)$ مستعينا بالجدول .

x	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3
$f'(x)$	-2	-1	1.5	2	1	0	-1	-1.5

قدر مايلي :

النقاط الحرجة .



أين تكون $f(x)$

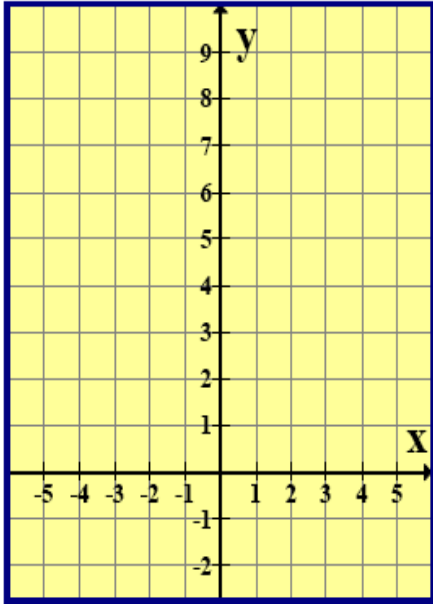
متزايدة . ✓



متناقصة . ✓

لها قيم قصوى محلية . ✓

نموذج الوزارة 2009 / 2010 م



إذا كانت الدالة $f(x)$ متصلة على $\mathbb{R}$ وتحقق الآتي :

$$f(-2)=8 , f(0)=4 , f(2)=0$$

$$f'(-2)=f'(2)=0$$

$$f'(x) < 0 , -2 < x < 2$$

$$f'(x) > 0 , x < -2 , x > 2$$

$$f''(x) < 0 , x < 0$$

$$f''(x) > 0 , x > 0$$

اجب عما يلي :

ارسم منحنى الدالة $f(x)$.

عين فترات التغير للأعلى وفترات التغير للأسفل لمنحنى الدالة f ونقاط الانقلاب .



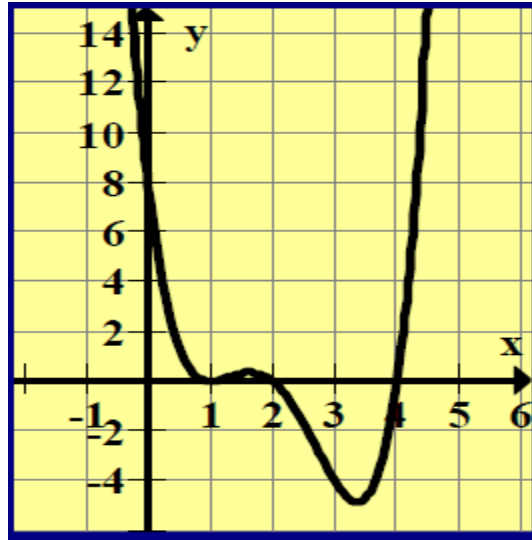
استخدم مشتقة الدالة $y = f(x)$ لإيجاد النقاط التي تكون عندها f :

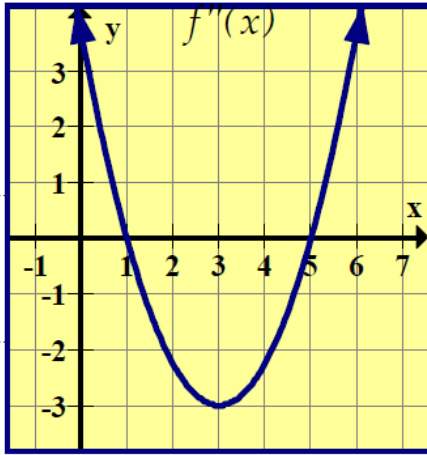
قيمة عظمى محلية .

قيمة صغرى محلية .

نقطة انقلاب .

$$y' = (x-1)^2(x-2)(x-4)$$



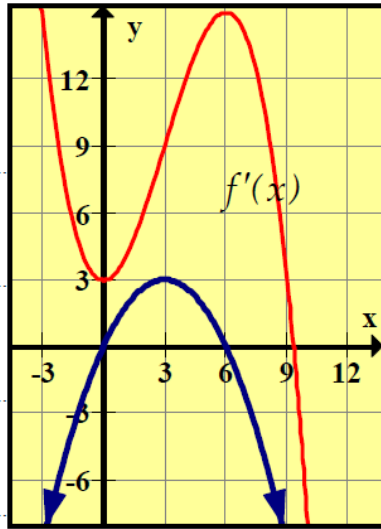


◇ الرسم المجاور للدالة $f''(x)$ المعرفة على $\mathbb{R}$
أوجد :

التقعر لأسفل للدالة $f(x)$

التقعر لأعلى للدالة $f(x)$

أوجد نقاط الانعطاف للدالة $f(x)$



◇ الرسم المجاور للدالة $f'(x)$ المعرفة على $\mathbb{R}$
أوجد :

$f'(x)$ متزايدة على

$f'(x)$ متناقصة على

للدالة $f'(x)$ قيمة عظمى محلية عند

التقعر لأعلى للدالة $f(x)$

أوجد نقاط الانعطاف للدالة $f(x)$

امتحان 2008 / 2009 م

بفرض أن $f(x)$ دالة حدودية والارتباط بين f' و f'' يحققه الجدول التالي :

x	- 2	- 1	$-\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	1	2
$f'(x)$	45	9	0	- 3	0	9	45
$f''(x)$	- 48	- 24	- 12	0	12	24	48

مستعيناً بالجدول السابق :

أوجد النقاط الحرجة للدالة $f(x)$

.....

.....

حدد فترات التزايد وفترات التناقص للدالة $f(x)$

.....

.....

أوجد قيم x التي يوجد عندها قيم قصوى محلية وبين نوعها .

.....

.....

حدد فترات تقعر المنحنى للأعلى وفترات تقعر المنحنى للأسفل .

.....

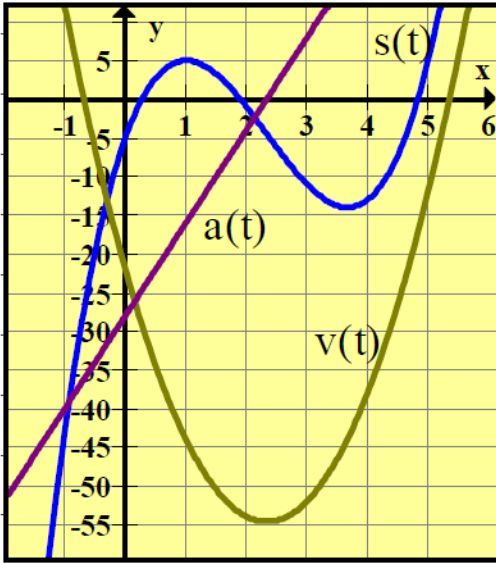
.....

أوجد نقاط الانعطاف .

.....

.....

يتحرك جسم على خط مستقيم أفقي حيث دالة موقعه $s(t) = 2t^3 - 14t^2 + 22t - 5$, $t \geq 0$
أوجد السرعة اللحظية للجسم وعجلته ثم صف حركته .



امتحان 2008 / 2009 م

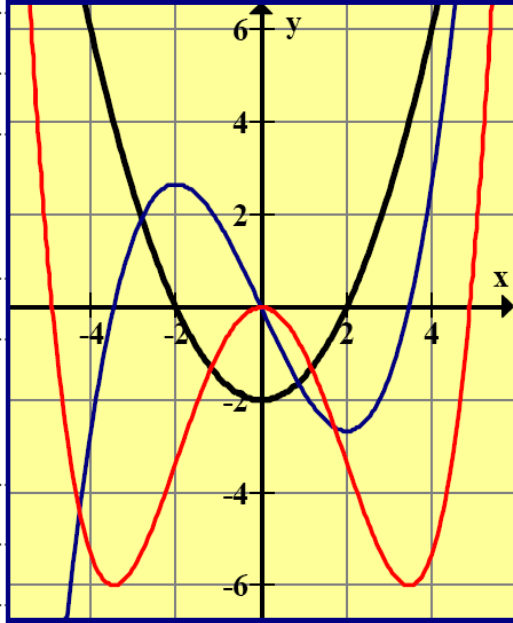
يتحرك جسم على خط مستقيم وفق دالة الموقع

$$S(t) = t^3 - 12t + 3 , \quad t \geq 0$$

استخدم طرقاً تحليلية لإيجاد الفترات التالية .

- (133) التي يتحرك فيها الجسم نحو اليمين .
- (134) التي يتحرك فيها الجسم نحو اليسار .
- (135) التي يكون فيها اتجاه العجلة نحو اليمين .
- (136) التي يكون فيها اتجاه العجلة نحو اليسار .

الرسم المجاور للدالة $f''(x)$ حيث $f(x)$ حدودية اعتماداً على الرسم أوجد :
فترات التغير للدالة $f(x)$



نقاط الانعطاف للدالة $f(x)$

فترات التزايد والتناقص لمنحنى $f'(x)$

فترات التغير للدالة $f'(x)$

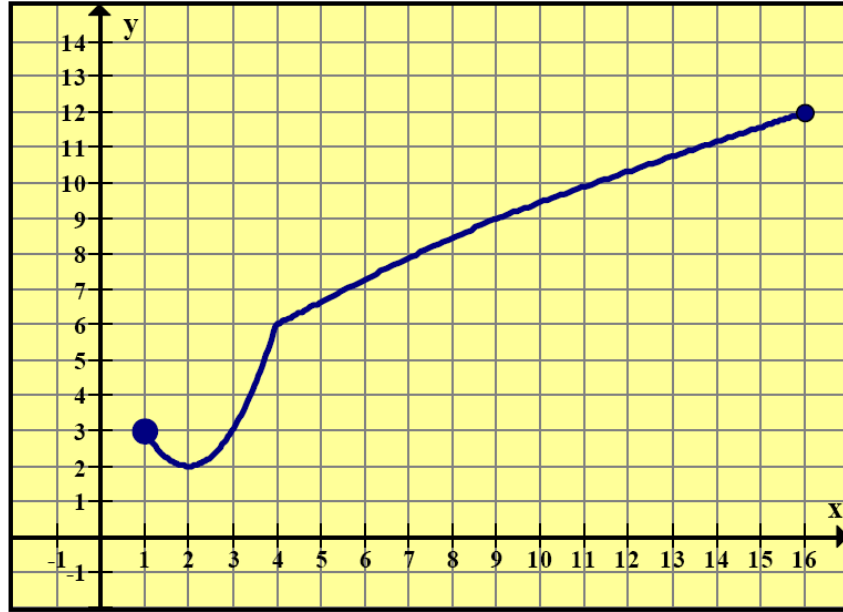
إذا علمت أن للدالة $f(x)$ ثلاث نقاط حرجية هي -2 ، 2 ، 6

أ) أوجد القيم القصوى المحلية للدالة $f(x)$

ب) فترات التزايد والتناقص للدالة $f(x)$

امتحان 2010 / 2009 م

أعلنت منظمة الصحة العالمية أن عدد المصابين بفيروس H1N1 (انفلونزا الخنازير) في إحدى الدول تم التخطيط له كدالة $f(x)$ خلال (16 يوماً) في الفترة من 2009 / 4 / 1 إلى 2009 / 4 / 16 كما بالمخطط التالي :



مستفيداً من المخطط أجب عما يلي :

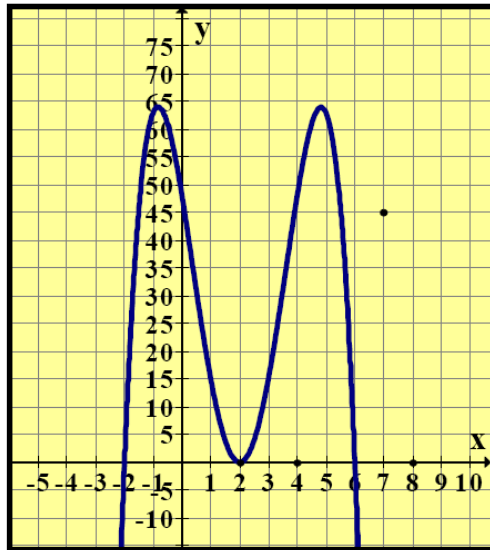
حدد الفترة التي يتزايد فيها عدد المصابين بالفيروس .

في أي يوم كان عدد المصابين أصغر ما يمكن .

ما نوع تقعر منحنى الدالة $f(x)$ خلال الفترة من 2009 / 4 / 1 إلى 2009 / 4 / 4 ؟

ما هي القيمة العظمى لعدد المصابين ؟

امتحان الإعادة 2008 / 2009 م



إذا علمت أن $f(x)$ دالة قابلة للإشتقاق مرتين على مجالها $(0, \infty)$ والرسم المجاور يمثل بيان $f''(x)$ (المشتقة الثانية للدالة $f(x)$)

أوجد الفترات التي يكون فيها منحنى الدالة $f(x)$ مقعراً نحو الأعلى .

حدد قيم x التي تكون للدالة $f(x)$ عندها نقاط انعطاف

برر اجابتك .

هل يوجد قيمة صغرى محلية للدالة $f'(x)$ ؟

إذا كان الجواب (نعم) ما هو الإحداثي السيني لها ؟ وإن كان (لا) برر اجابتك .

(أ) أوجد القيم القصوى المطلقة لـ f وقيم x المقابلة.

(ب) أوجد نقاط الانقلاب.

(ج) ما الذي تستنتجُه بالنسبة إلى $f(3)$ و $f(-3)$ ؟

f دالة زوجية ومتصلة على الفترة $[-3, 3]$ وتحقق الآتي:

x	0	1	2
f	2	0	-1
f'	غير موجودة	0	غير موجودة
f''	غير موجودة	0	غير موجودة

x	$0 < x < 1$	$1 < x < 2$	$2 < x < 3$
f	+	-	-
f'	-	-	+
f''	+	-	-

(أ) أوجد القيم القصوى المطلقة لـ f وقيم x المقابلة.

(ب) أوجد نقاط الانقلاب.

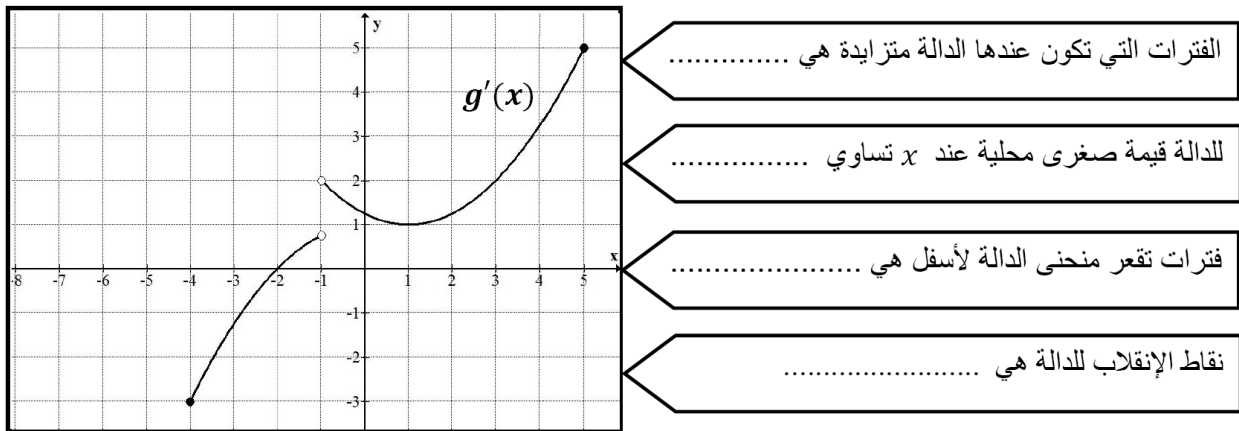
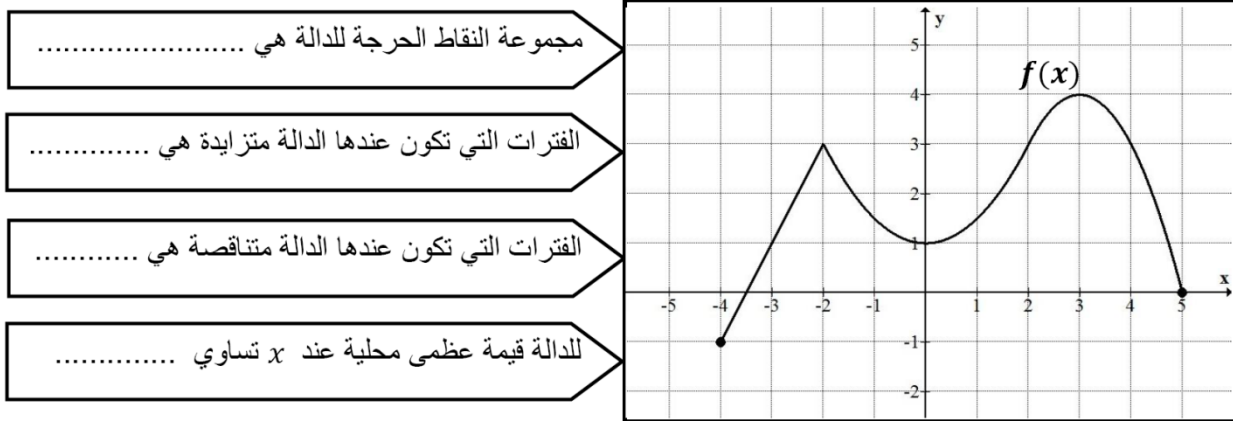
f متصلة على الفترة $[0, 3]$ وتحقق الآتي:

x	0	1	2	3
f	0	2	0	-2
f'	3	0	غير موجودة	-3
f''	0	-1	غير موجودة	0

x	$0 < x < 1$	$1 < x < 2$	$2 < x < 3$
f	+	+	-
f'	+	-	-
f''	-	-	-

♦ (1) لتكن $f(x)$ ، $g(x)$ دوال متصلة على الفترة $[-4, 5]$

فيما يلي بيان كلا من $f(x)$ ، $g'(x)$ ، من الرسم أكمل العبارات التالية :



♦ لتكن $f(x)$ ، $g(x)$ دالتين متصلتين على الفترة $[3, 5]$ وقابلتين للاشتقاق على الفترة $(3, 5)$.
إذا كانت $g'(x) \neq 0$ على الفترة $(3, 5)$. باستخدام نظرية القيمة المتوسطة والجدول التالي :

x	3	5
$f(x)$	1	2
$g(x)$	4	7

أثبت أنه يوجد ثابتان c_1, c_2 ينتميان للفترة $(3, 5)$ بحيث أن : $g'(c_2) = 3f'(c_1)$

.....

.....

.....

.....

لتكن $g(x) = \begin{cases} x^2 - 2x & , & x < 2 \\ 4x^3 & , & x \geq 2 \end{cases}$ ، والدالة غير متصلة عند $x = 2$

استخدم طرقاً تحليلية (جبرية) لإيجاد القيم القصوى للدالة g

.....

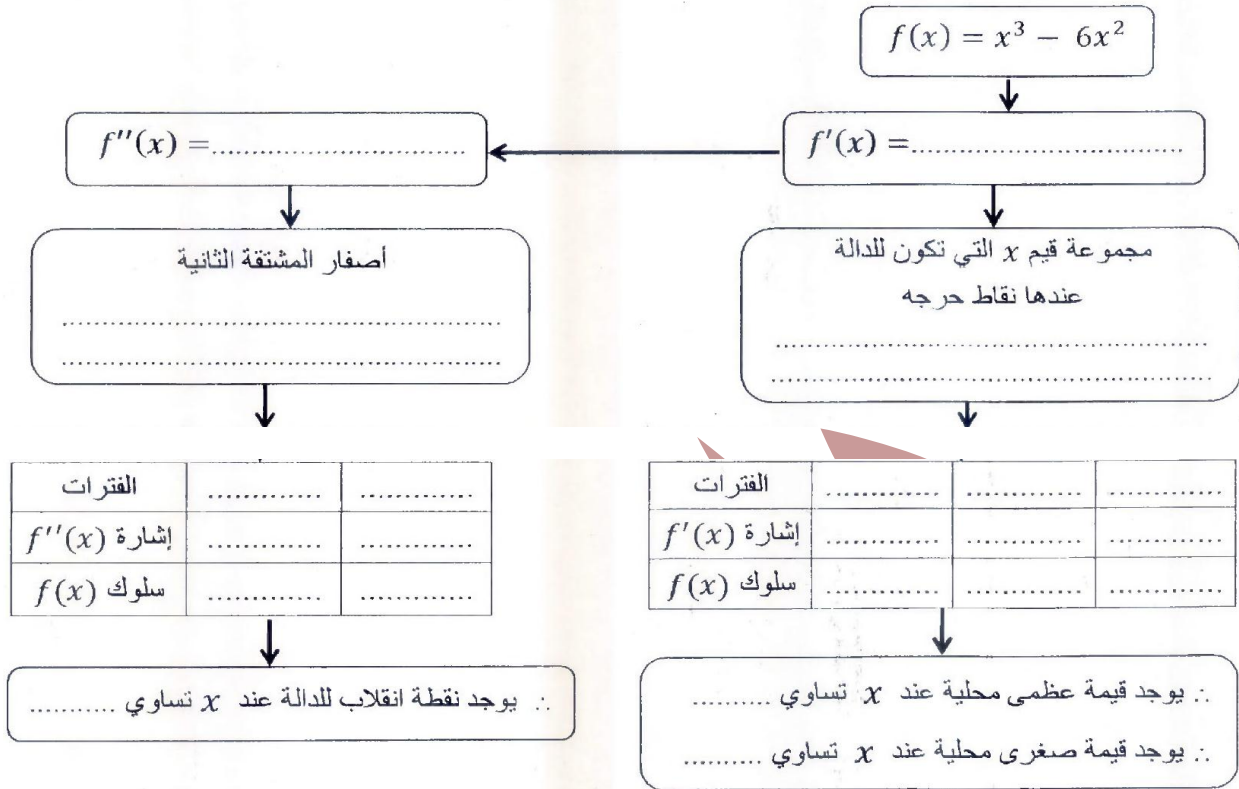
.....

.....

.....



أكمل الخريطة التالية :



إذا كانت $f(x) = \frac{ax+b}{x^2-1}$ وكان للدالة $f(x)$ قيمة قصوى محلية تساوي 1 عند $x = 3$

أجب عن الفقرات (2 و3 و4)

(2) عين قيمة كل من الثابتين a, b

$\dots\dots\dots$

$\dots\dots\dots$

$\dots\dots\dots$

$\dots\dots\dots$

$\dots\dots\dots$

(3) عين نوع تلك القيمة القصوى المحلية (عظمى محلية - صغرى محلية)

.....

.....

.....

.....

.....

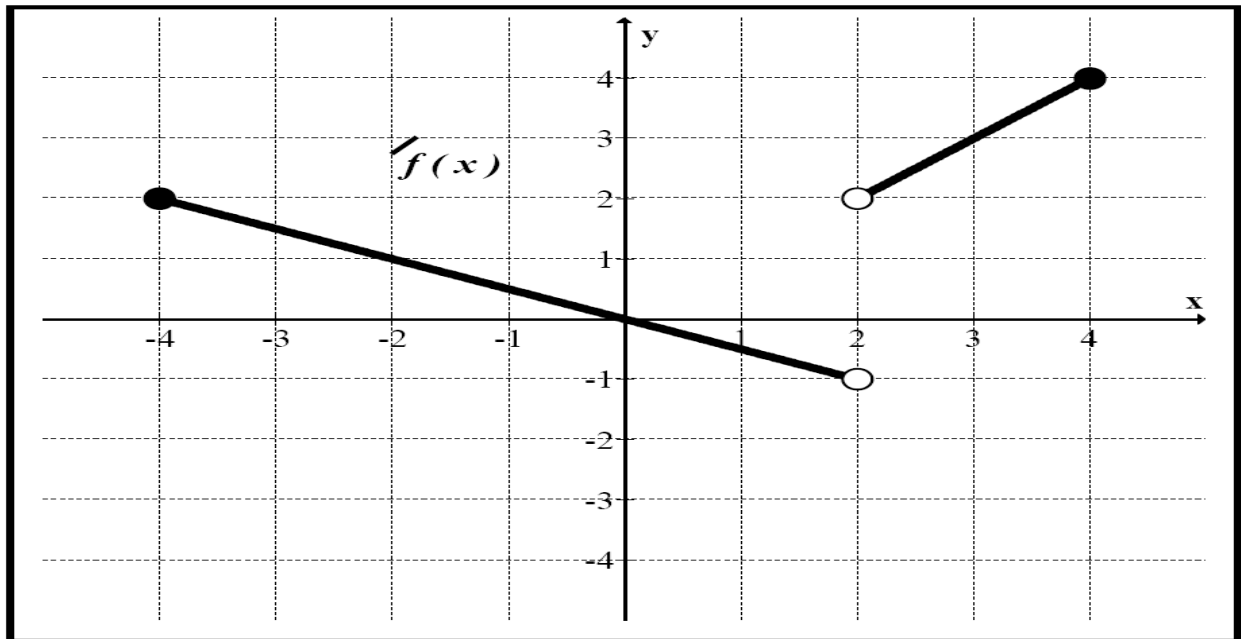
(4) عين فترات التزايد وفترات التناقص للدالة $f(x)$

.....

.....

$f(x)$ دالة متصلة على مجالها $[-4, 4]$ ،

الشكل يمثل بيان $\hat{f}(x)$



أكمل الجدول التالي :

$f(x)$	الدالة
	المطلوب
	فترات التزايد
	فترات التناقص
	مجموعة النقاط الحرجة
	القيم الصغرى المحلية
	القيم العظمى المحلية
	فترات التفرع للأعلى
	فترات التفرع للأسفل
	نقاط الانقلاب

مع أطيب التمنيات بالتوفيق

أهلال حسين