

نماذج امتحانات رياضيات مع الإجابة النموذجية

4 نماذج محلولة

للفصل الدراسي الأول

للسف الثاني عشر العلمف

2014/2015

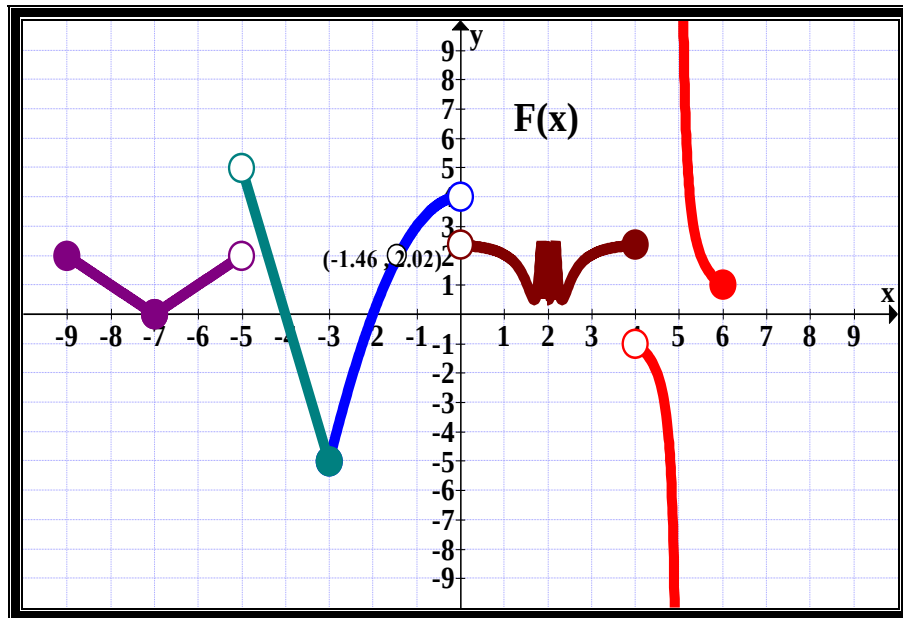
أعداد: أ. هلال حسين

النموذج التجريبي (A) للصف الثاني عشر العلمي (الرياضيات)

الفصل الدراسي الأول 2015/2014

أسم الطالب:..... الشعبة.....

السؤال الأول: (1) الشكل التالي يمثل بيان الدالة $f(x)$ اعتمد علي ذلك وأجب عما يلي :-



(1) $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = 0 \Rightarrow x \in \{ \dots \dots \dots \}$

(2) {.....} نقاط الانفصال هي

(3) $f'(-5)$

..... السبب

(4) $f'(x)$ موجودة $\forall x \in \dots \dots \dots$

(5) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{3x + 5}{f(x) + 2} = \dots \dots \dots$

(6) $\lim_{x \rightarrow -5} \frac{f(x) - f(-5)}{x + 5} = \dots \dots \dots$

(7) متوسط تغير الدالة f تتغير عندما x من 3 - إلى 6 = $\dots \dots \dots$

(2) إذا علمت أن $|f(x) - 3 \tan x| < x^2$ استخدم نظرية الإحاطة

في إيجاد $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{f(x)}{\sin x}$

حيث أن الدالة معرفة في جوار أيمن منقوص للعدد 0

.....

.....

.....

.....

.....

.....

(3) لتكن $f(x)$ دالة حدودية بيانها يمر بالنقطة (2 , 7) فإن :

(i) $\lim_{x \rightarrow 2} \left(\frac{f(x)}{x^2} - 3f(x) \right) \dots \dots \dots$

(ii) $\lim_{x \rightarrow 2} \left(\sqrt{\frac{x^2 - 3}{x^2 + 1}} \times \frac{\sqrt{5}}{f(x)} \right) \dots \dots \dots$

السؤال الثاني: (1) إذا علمت أن $x = 80t$, $y = 64t - 16t^2$

فما قيمة t التي عندها $\frac{dy}{dx} = 0$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

(2) : أوجد معادلة الخط العمودي للمنحنى $y = x^2 + 5x$ و الذي يصنع زاوية قياسها 45° مع الإتجاه الموجب لمحور السينات

.....

.....

.....

.....

.....

(3): إذا كانت $y\sqrt{x^2 + 1} = 3$

اثبت أن: $(1 + x^2)y'' + 3xy' + y = 0$

.....

.....

.....

.....

.....

السؤال الثالث: (1)

تتحرك نقطة على خط مستقيم بحيث يعطي موقعها في أي لحظة $t \geq 0$ بالدالة التالية: $s(t) = t^3 - 9t^2 + 15t + 2$ حيث t بالثواني ، s بالأمتار

صف حركة الجسم

.....

.....

.....

(2): إذا علمت أن $f(x) = ax^2 + bx + c$ حيث a, b ثوابت

$$f(0) = 3, f'(2) = 3, f'(0) = -5$$

فما قيمة كل من : $f'(-2), f(1)$

(3): بين أن الميل $\frac{dy}{dx}$ معرف عند أي نقطة على منحنى المعادلة:

$$2y = x^2 + \sin y$$

مع أطيب التمنيات بالتوفيق

إعداد: أ. هلال حسين

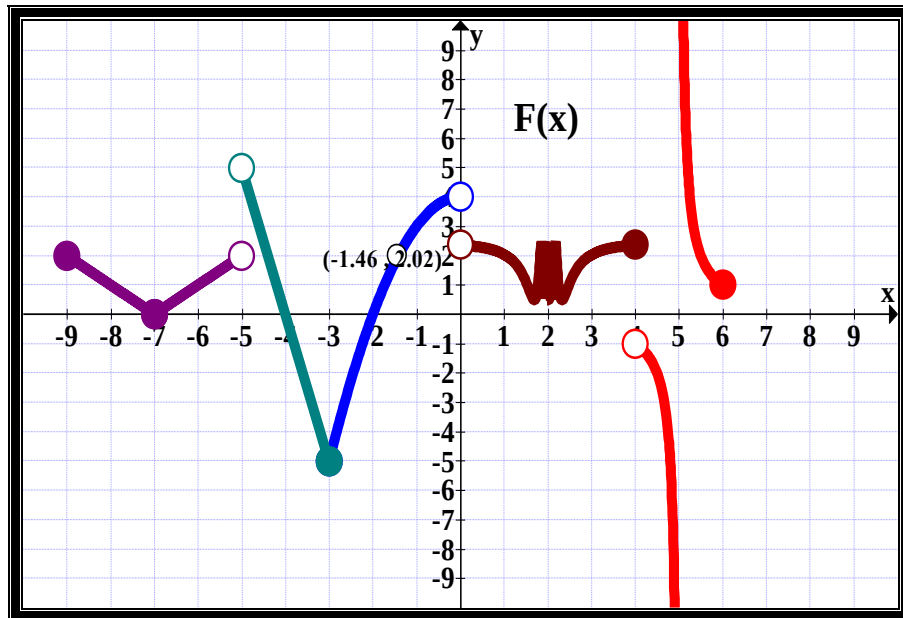
النموذج التجريبي (A) للصف الثاني عشر العلمي (الرياضيات)

الفصل الدراسي الأول 2015/2014

الإجابة النموذجية

أسم الطالب:.....الشعبة.....

السؤال الأول: (1) الشكل التالي يمثل بيان الدالة $f(x)$ اعتمد علي ذلك وأجب عما يلي :-



$$(1) \lim_{x \rightarrow a} f(x) = 0 \Rightarrow x \in \{-7, -4, -2\}$$

(2) م. نقاط الانفصال هي $\{-5, -1.46, 0, 2, 4, 5\}$

(3) $f'(-5)$ غير موجودة

السبب لأن غير الدالة متصلة عند $x = -5$

(4) $f'(x)$ موجودة $\forall x \in \{-7, -5, -3, -1.46, 0, 2, 4, 5\}$.

$$(5) \lim_{x \rightarrow -1} \frac{3x + 5}{f(x) + 2} = \frac{-3 + 5}{3 + 2} = \frac{2}{5}$$

$$(6) \lim_{x \rightarrow -5} \frac{f(x) - f(-5)}{x + 5} = f'(-5) = \text{غير موجودة}$$

$$(7) \frac{1 + 5}{6 + 3} = \frac{2}{3} = 6 \text{ إلى } 3 - \text{متوسط تغير الدالة } f \text{ تتغير عندما } x \text{ من } 3 - \text{إلى } 6$$

(2) إذا علمت أن $|f(x) - 3 \tan x| < x^2$ استخدم نظرية الإحاطة

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{f(x)}{\sin x} \text{ في إيجاد}$$

حيث أن الدالة معرفة في جوار أيمن منقوص للعدد 0

الحل

$$x^2 > f(x) - 3 \tan x > -x^2$$

$$+ 3 \tan x$$

$$3 \tan x + x^2 > f(x) > 3 \tan x - x^2$$

$$\div \sin x$$

$$\frac{3 \tan x + x^2}{\sin x} > \frac{f(x)}{\sin x} > \frac{3 \tan x - x^2}{\sin x}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{3 \tan x + x^2}{\sin x} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\frac{3 \tan x + x^2}{x}}{\frac{\sin x}{x}} = 3 \Rightarrow (1)$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{3 \tan x - x^2}{\sin x} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\frac{3 \tan x}{x} - \frac{x^2}{x}}{\frac{\sin x}{x}} = 3 \Rightarrow (2)$$

من 1, 2 حسب نظرية الإحاطة

$$\therefore \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{f(x)}{\sin x} = 3$$

(3) لتكن $f(x)$ دالة حدودية بيانها يمر بالنقطة (2, 7) فإن:

$$(i) \lim_{x \rightarrow 2} \left(\frac{f(x)}{x^2} - 3f(x) \right) = \frac{7}{4} - 3 \times 7 = \frac{-77}{4}$$

$$(ii) \lim_{x \rightarrow 2} \left(\sqrt{\frac{x^2 - 3}{x^2 + 1}} \times \frac{\sqrt{5}}{f(x)} \right) = \sqrt{\frac{4 - 3}{4 + 1}} \times \frac{\sqrt{5}}{7} = \frac{1}{7}$$

(حيث أن الدالة متصلة عند $x = 2 \Leftarrow \lim_{x \rightarrow 2} f(x) = f(2) = 7$)

السؤال الثاني: (1) إذا علمت أن $x = 80t$, $y = 64t - 16t^2$

فما قيمة t التي عندها $\frac{dy}{dx} = 0$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{\frac{dy}{dt}}{\frac{dx}{dt}} = \frac{64 - 32t}{80} = 0 \Rightarrow 64 - 32t = 0 \Rightarrow t = \frac{64}{32} = 2$$

(2) : أوجد معادلة الخط العمودي للمنحنى $y = x^2 + 5x$ و الذي يصنع زاوية قياسها 45° مع الإتجاه الموجب لمحور السينات

$$\text{ميل المماس} = -1 = 2x + 5 \Rightarrow x = \frac{-6}{2} = -3 \Rightarrow y = 9 - 15 = -6$$

$$\text{نقطة التماس} (-3, -6) \Leftarrow \text{المعادلة } y + 6 = 1(x + 3)$$

$$(3): \text{ إذا كانت } y\sqrt{x^2 + 1} = 3$$

$$\text{أثبت أن: } (1 + x^2)y'' + 3xy' + y = 0$$

بالتربيع

$$y^2(x^2 + 1) = 9 \Rightarrow 2yy'(x^2 + 1) + 2xy^2 = 0$$

$$y''(x^2 + 1) + 2xy' + y + xy' = 0$$

$$\therefore (1 + x^2)y'' + 3xy' + y = 0$$

السؤال الثالث: (1)

تتحرك نقطة على خط مستقيم بحيث يعطي موقعها في أي لحظة $t \geq 0$ بالدالة التالية: $s(t) = t^3 - 9t^2 + 15t + 2$ حيث t بالثواني ، s بالأمتار

صف حركة الجسم

$$V(t) = 3t^2 - 18t + 15 = 0 \Rightarrow t = 1, t = 5$$

$$a(t) = 6t - 18 = 0 \Rightarrow t = 3$$

t	0	1	3	5	∞	
$V(t)$	+	0	-	-	0	+
$a(t)$	-	-	0	+	+	+
وصف الحركة	تباطؤ	تسارع	تباطؤ	تسارع	تباطؤ	تسارع

(2): إذا علمت أن $f(x) = ax^2 + bx + c$ حيث a, b ثوابت

$$f(0) = 3, f'(2) = 3, f'(0) = -5$$

فما قيمة كل من : $f'(-2), f(1)$

$$f(0) = 3 \Rightarrow 0 + 0 + c = 3 \Rightarrow \boxed{c = 3}$$

$$f'(2) = 3 \Rightarrow 2ax + b|_{x=2} = 3 \Rightarrow 4a + b = 3 \rightarrow (1)$$

$$f'(0) = -5 \Rightarrow 2ax + b|_{x=0} = -5 \Rightarrow 0 + b = -5 \Rightarrow \boxed{b = -5}$$

$$\therefore 4a - 5 = 3 \Rightarrow a = \frac{8}{4} = 2 \Rightarrow \boxed{a = 2}$$

$$\therefore f(1) = 2 - 5 + 3 = 0, f'(-2) = -8 - 5 = -13$$

(3): بين أن الميل $\frac{dy}{dx}$ معرف عند أي نقطة على منحنى المعادلة:

$$2y = x^2 + \sin y$$

$$2y' = 2x + y' \cos y \Rightarrow y'(2 - \cos y) = 2x \Rightarrow y' = \frac{2x}{2 - \cos y}$$

$$1 \geq \cos y \geq -1 \Rightarrow -1 \leq -\cos y \leq 1$$

$$1 \leq 2 - \cos y \leq 3$$

$$2 - \cos y \neq 0 \Leftarrow y \text{ مهما قيمة كانت}$$

$\therefore$ الميل $\frac{dy}{dx}$ معرف عند أي نقطة على منحنى

مع أطيب التمنيات بالتوفيق

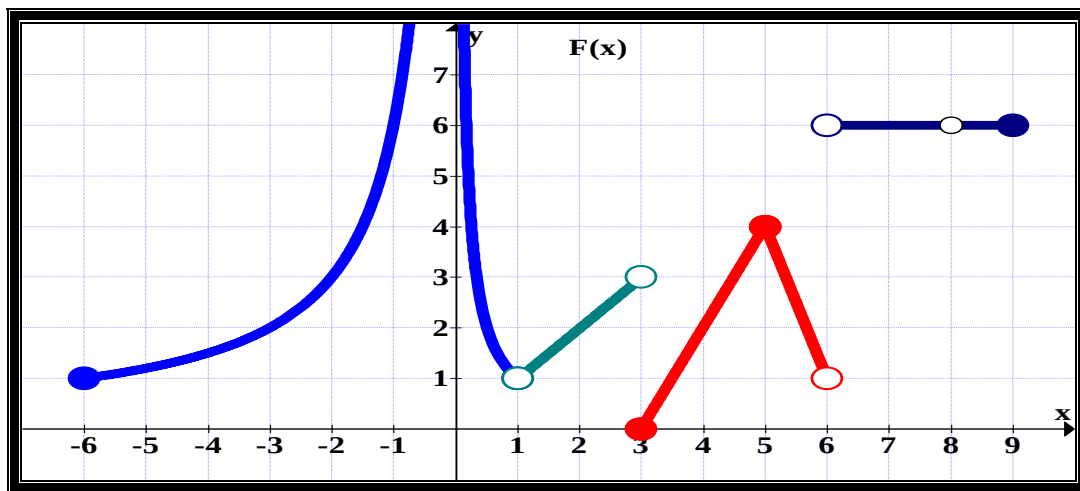
إعداد: أ. هلال حسين

النموذج التجريبي (B) للصف الثاني عشر العلمي (الرياضيات)

إعداد أ. هلال حسين الفصل الدراسي الأول 2015/2014

أسم الطالب:..... الشعبة:.....

السؤال الأول: (1) اعتماداً على الشكل : المسار الذي يتبعه الصقر للوصول للأرنب إما (↓ أو →) وضع المسار على الجدول حيث أن الصقر يتتبع الإجابات الصحيحة



	$f'(2) = 1$	$\lim_{x \rightarrow 5} \frac{f(x) - f(5)}{x - 5}$ غير موجودة	$f'(4) = \frac{3}{2}$
$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1}$ غير موجودة	$x = -3$ ميل المماس عند إشارة سالبة	$x = 0$ عند إنفصال يمكن إصلاحه	نتيجة إنفصال قفزة عند $x = 3$
$x = 8$ عند إنفصال يمكن إصلاحه	$\lim_{x \rightarrow 6^-} f(x) = 1$	$\lim_{x \rightarrow 3^+} f(x) = 3$	$\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 1$
التغير معدل عند $x = 8$ يساوي 0	$x = 0$ عند لا انفصال نهائي	متوسط التغير عند $x = 7$ هو 0	

(2) لتكن $h(x) = -1 - \frac{4}{x^2}$ أوجد قيم x التي تجعل $h'(x) = \frac{1}{8}$

.....

.....

.....

(3) لتكن $u = 5x + 4$, $y = 3u^2 + 2$

وكانت $\frac{dy}{dx} = 10ax + 120$ حيث a عدد ثابت فما قيمة a

.....

.....

.....

(4) أوجد معادلة المماس للدالة

$y = \cos 4x + 4 \sin 4x$: $x = \frac{\pi}{12}$ ثم أكتب معادلة الخط العمودي عند تلك النقطة

.....

.....

.....

السؤال الثاني :

(1) لتكن $f(x) = 3h(x) + \frac{h(x)}{x^2 + 1}$, $f'(2) = -1$, $f(2) = 3$, $h(2) = \frac{15}{16}$ أوجد $h'(2)$

.....

.....

.....

(2) لتكن $y^2 = x$ إثبت أن $4y^3y'' + 1 = 0$

.....

.....

.....

(3) لتكن $f(x) = \sqrt{x-1}$ أوجد متوسط تغير الدالة عندما تتغير x من 2 , $2 + h$

حيث h هي التغير في x واستفد من ذلك في إيجاد معدل التغير عند $x = 1$

.....

.....

.....

.....

.....

(4) يسير جسيم علي خط مستقيم بحيث أن بعده (S) بالأمتار عن نقطة ثابتة (o) بعد t ثانية

يعطي بالعلاقة $S(t) = t^3 + t + 10$ فأوجد .

(i) سرعة للجسيم وعجلته $t = 2$ ثانية

(ii) النقطة عن بعد الجسيم تكون عندما العجلة $24m/sec^2$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

السؤال الثالث :

$$f(x) = \begin{cases} ax^2 - 1 & x \neq 2 \\ 5 & x = 2 \end{cases} \text{ لتكن (1)}$$

وكانت $\lim_{x \rightarrow 2} (x^2 f(x) + 1) = 21$ فأوجد قيمة a .

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

(2) استخدم الجدول التالي في الإجابة عن الأسئلة التي تالية :

x	$f(x)$	$g(x)$	$f'(x)$	$g'(x)$
1	1	-2	3	-1
-2	-2	1	-5	7

أوجد:

(i) $\frac{d}{dx} [(f(x))^2 - 3g(x^2)]|_{x=1}$

.....

.....

(ii) $\frac{d}{dx} ((g(f(x)))|_{x=-2})$

.....

.....

.....

.....

(3) أوجد نهاية الدوال التالية :

$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x}-1}{x}$ 	$\lim_{x \rightarrow -2} \frac{3x^2 + 5x - 2}{x^2 + 2x}$
---	--

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x \tan x}{3x \tan 5x}$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{[x] - 2x}{2x^2 - |x|}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\frac{1}{x+1} - \frac{1}{2}}{x - 1}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left(5 - x^2 \cos \frac{4}{x^2} \right)$$

(4) أعد تعريف الدالة f : $f(x) = \frac{2x^2 - x - 6}{8x^3 + 27}$, $x \neq \frac{-3}{2}$

بحيث تكون متصلة عند $x = \frac{-3}{2}$

النموذج التجريبي (B) للصف الثاني عشر العلمي (الرياضيات)

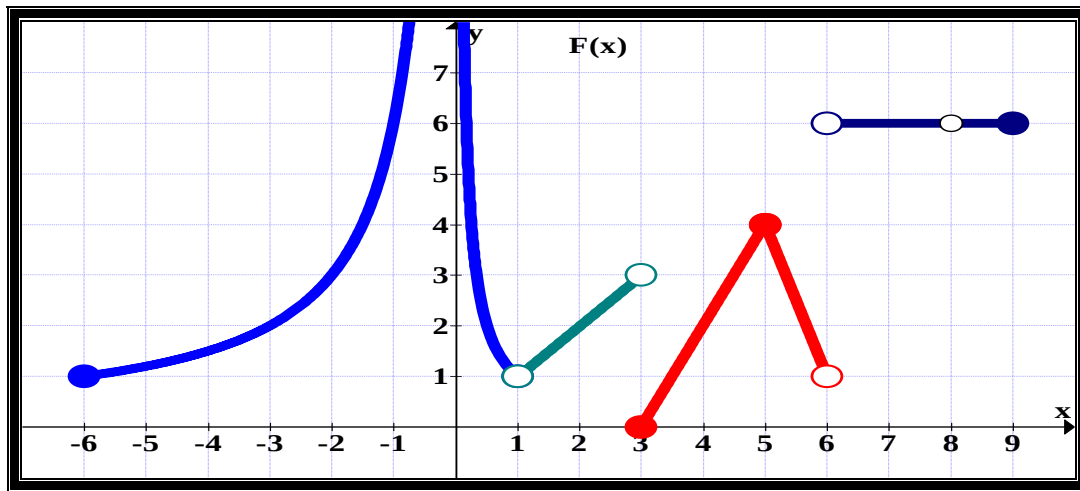
إعداد أ. هلال حسين

الفصل الدراسي الأول 2015/2014

الإجابة النموذجية

أسم الطالب: الشعبة:

السؤال الأول: (1) اعتماداً علي الشكل : المسار الذي يتبعه الصقر للوصول للأرنب إما (↓ أو →) وضح المسار علي الجدول حيث أن الصقر يتتبع الإجابات الصحيحة



	$f'(2) = 1$	$\lim_{x \rightarrow 5} \frac{f(x) - f(5)}{x - 5}$ غير موجودة	$f'(4) = \frac{3}{2}$
$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1}$ موجودة غير	$x = -3$ ميل المماس عند إشارة سالبة	عند $x = 0$ إنفصال يمكن إصلاحه	إنفصال نتيجة قفزة عند $x = 3$
عند $x = 8$ إنفصال يمكن إصلاحه	$\lim_{x \rightarrow 6^-} f(x) = 1$	$\lim_{x \rightarrow 3^+} f(x) = 3$	$\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 1$
التغير معدل عند $x = 8$ يساوي 0	عند $x = 0$ إنفصال لا نهائي	متوسط التغير عند $x = 7$ هو 0	

(2) لتكن $h(x) = -1 - \frac{4}{x^2}$ أوجد قيم x التي تجعل $h'(x) = \frac{1}{8}$

$$h'(x) = \frac{8}{x^3} = \frac{1}{8} \Rightarrow x^3 = 64 \Rightarrow x = 4$$

(3) لتكن $y = 3u^2 + 2$, $u = 5x + 4$

وكانت $\frac{dy}{dx} = 10ax + 120$ حيث a عدد ثابت فما قيمة a

$$\frac{dy}{du} = 6u , \quad \frac{du}{dx} = 5 \Rightarrow \frac{dy}{dx} = 5 \times 6u = 30(5x + 4) = 150x + 120$$

$\therefore 10ax + 120 = 150x + 120 \Rightarrow a = 15$ المعاملات بمقارنة

(4) أوجد معادلة المماس للدالة

$y = \cos 4x + 4 \sin 4x : x = \frac{\pi}{12}$ ثم أكتب معادلة الخط العمودي عند تلك النقطة

$$y' = -4 \sin 4x + 16 \cos 4x \Big|_{x=\frac{\pi}{12}} \Rightarrow y' \approx 4.5 \text{ الميل}$$

$$x = \frac{\pi}{12} \Rightarrow y \approx 3.96 \Rightarrow \left(\frac{\pi}{12}, 3.9 \right) \Rightarrow y - 3.96 = \frac{-1}{4.5} \left(x - \frac{\pi}{12} \right)$$

السؤال الثاني :

$h'(2) = \frac{15}{16}$, $f(2) = 3$, $f'(2) = -1$, $f(x) =$

(1) لتكن $3h(x) + \frac{h(x)}{x^2+1}$

$$f'(x) = 3h'(x) + \frac{h'(x) \times (x^2 + 1) - 2xh(x)}{(x^2 + 1)^2} \Rightarrow$$

$$-1 = 3 \times h'(2) + \frac{h'(2) \times 5 - \frac{15}{4}}{25} \text{ (بالضرب في 25)}$$

$$-25 = 75h'(2) + h'(2) \times 5 - \frac{15}{4} \Rightarrow -25 = 80h'(2) - \frac{15}{4} \Rightarrow -85 = 320h'(2)$$

$$\Rightarrow h'(2) = \frac{-85}{320}$$

$$= \frac{-17}{64}$$

(2) لتكن $y^2 = x$ إثبت أن $4y^3y'' + 1 = 0$

$$2yy' = 1 \Rightarrow yy' = \frac{1}{2} \Rightarrow y'y' + yy'' = 0 \Rightarrow (y')^2 + yy'' = 0 \Rightarrow$$

$$\left(\frac{1}{2y}\right)^2 + yy'' = 0 \Rightarrow 1 + 4y^3y'' = 0 \Rightarrow 4y^3y'' + 1 = 0$$

(3) لتكن $f(x) = \sqrt{x-1}$ أوجد متوسط تغير الدالة عندما تتغير x من 2 إلى $2+h$

حيث h هي التغير في x واستفد من ذلك في إيجاد معدل التغير عند $x = 2$

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{\sqrt{2+h-1} - \sqrt{2-1}}{h} = \frac{\sqrt{1+h} - 1}{h} \times \frac{\sqrt{1+h} + 1}{\sqrt{1+h} + 1} = \frac{h}{h(\sqrt{1+h} + 1)}$$

$$\therefore \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{1}{\sqrt{1+h} + 1}$$

$$\therefore \text{معدل التغير}|_{x=2} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{1}{\sqrt{1+h} + 1} = \frac{1}{2}$$

(4) يسير جسيم علي خط مستقيم بحيث أن بعده (S) بالأمتار عن نقطة ثابتة (o) بعد t ثانية

يعطي بالعلاقة $S(t) = t^3 + t + 10$ فأوجد .

(i) سرعة للجسيم وعجلته $t = 2$ ثانية

(ii) النقطة عن بعد الجسيم تكون عندما العجلة $24m/sec^2$

(i) $V(t) = 3t^2 + 1 \Rightarrow V(2) = 12 + 1 = 13 \text{ m/sec}$

$a(t) = 6t \Rightarrow a(2) = 12m/(sec)^2$

(ii) $24 = 6t \Rightarrow t = 4sec \Rightarrow S(4) = 4^3 + 4 + 10 = 78m$

السؤال الثالث :

$$(1) \text{ لتكن } f(x) = \begin{cases} ax^2 - 1 & x \neq 2 \\ 5 & x = 2 \end{cases}$$

وكانت $\lim_{x \rightarrow 2} (x^2 f(x) + 1) = 21$ فأوجد قيمة a .

$$\lim_{x \rightarrow 2} (4f(x)) + 1 = 21 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 2} f(x) = \frac{20}{4} = 5$$

$$\therefore \lim_{x \rightarrow 2} (ax^2 - 1) = 5 \Rightarrow 4a = 6 \Rightarrow a = \frac{3}{2}$$

(2) استخدم الجدول التالي في الإجابة عن الأسئلة التي تالية :

x	$f(x)$	$g(x)$	$f'(x)$	$g'(x)$
1	1	-2	3	-1
-2	-2	1	-5	7

أوجد:

$$(i) \frac{d}{dx} [(f(x))^2 - 3g(x^2)]|_{x=1}$$

$$2f(x)f'(x) - 6xg'(x^2)|_{x=1} \Rightarrow 6 + 6 = 12$$

$$(ii) \frac{d}{dx} (g(f(x))|_{x=-2})$$

$$g'(f(x)) \times f'(x)|_{x=-2} \Rightarrow g'(-2) \times -5 = 7 \times -5 = -35$$

(3) أوجد نهاية الدوال التالية :

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x}-1}{x}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x}-1}{x} \times \frac{\sqrt{1+x}+1}{\sqrt{1+x}+1}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{x(\sqrt{1+x}+1)} = \frac{1}{2}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x \tan x}{3x \tan 5x}$$

$$(\div x^2)$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\frac{\sin x \tan x}{x^2}}{\frac{3x \tan 5x}{x^2}} = \frac{1}{15}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\frac{1}{x+1} - \frac{1}{2}}{x-1}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\frac{2-(x+1)}{2(x+1)}}{x-1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{1-x}{2(x+1)(x-1)}$$

$$= \frac{-1}{4}$$

$$\lim_{x \rightarrow -2} \frac{3x^2 + 5x - 2}{x^2 + 2x}$$

$$\lim_{x \rightarrow -2} \frac{(x+2)(3x-1)}{x(x+2)}$$

$$= \frac{7}{2}$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{[x] - 2x}{2x^2 - |x|}$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{1-2x}{2x^2-x} = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{1-2x}{x(2x-1)}$$

$$= \frac{-1}{2}$$

لاحظ $(x \rightarrow 2^- \Rightarrow [x] = 1, |x| = x)$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left(5 - x^2 \cos \frac{4}{x^2} \right)$$

$$1 \geq \cos \frac{4}{x^2} \geq -1 \quad (\times (-x^2))$$

$$-x^2 \leq -x^2 \cos \frac{4}{x^2} \leq x^2(+5)$$

$$5 - x^2 \leq 5 - x^2 \cos \frac{4}{x^2} \leq 5 + x^2$$

أكمل حسب نظرية الإحاطة

$$(4) \text{ أعد تعريف الدالة } f : f(x) = \frac{2x^2 - x - 6}{8x^3 + 27} , x \neq \frac{-3}{2}$$

بحيث تكون متصلة عند $x = \frac{-3}{2}$

$$\lim_{x \rightarrow \frac{-3}{2}} \frac{2x^2 - x - 6}{8x^3 + 27} = \lim_{x \rightarrow \frac{-3}{2}} \frac{(2x+3)(x-2)}{(2x+3)(4x^2 - 6x + 9)} = \frac{\frac{-7}{2}}{27} = \frac{-7}{54}$$

موجودة .: يمكن إعادة تعريف الدالة

$$f(x) = \begin{cases} \frac{2x^2 - x - 6}{8x^3 + 27} & : x \neq \frac{-3}{2} \\ \frac{-7}{54} & : x = \frac{-3}{2} \end{cases}$$

مع أطيب التمنيات بالتوفيق والنجاح

إعداد أ. هلال حسين

النموذج التجريبي (C) للصف الثاني عشر العلمي (الرياضيات)

إعداد أ. هلال حسين

الفصل الدراسي الأول 2015/2014

أسم الطالب: الشعبة:

السؤال الأول: (1) المسار الذي يتبقة الصقر للوصول للأرنبيتبع الإجابات الصحيحة إما (↓ أو ←) وضع المسار علي الجدول

$f(x) = [x]$ غ. متصلة عند كل عدد صحيح	$f(x) = \ln(1 - x^2)$ مجالها $(-1, 1)$	$\lim_{x \rightarrow 1^-} \sqrt{1 - x} = 0$	
$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{f(3) - f(x)}{x - 3} = f'(3)$	غ. موجودة $\lim_{x \rightarrow 3} [x]$	لتكن $\lim_{x \rightarrow 1^-} \sqrt[3]{x - 5}$ فإن $f'(5)$ موجودة	الدالة $ x - 4 $ غير قابلة للاشتقاق عند $x = 4$
$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\sin x}{x} = 1$	لتكن $f(x) = x x $ فإن $f'(0) = 0$	لتكن $f(x) = 3x - 9 $ فإن $f'(3)$ موجودة	$y = \sin \frac{1}{x - 3}$ إنفصال تنذبي عند $x = 3$
	$f(x) = \frac{1}{x^2 + 1}$ متصلة علي R	الدالة مجال $y = \sqrt[3]{x}$ هو $[0 \text{ و } \infty[$	قفزة إنفصال $f(x) = \frac{x}{x - 1}$ عند $x = 1$

$$(2) \text{ إذا كانت } f(x) = \frac{|x - 4| - 1}{x - 5}, x \neq 5$$

أعد تعريف الدالة f عند $x = 5$ بحيث تكون متصلة عند $x = 5$

.....

.....

.....

(3) كلاً أو وجد التالية النهايات من: —

$$\lim_{x \rightarrow 5} \left(\frac{x^2}{x-5} - \frac{3x+10}{x-5} \right)$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{2x^4 - 16x}{|2-x|}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\frac{6}{x+2} - 3}{x}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(\sin x)^2 - \tan 3x}{x^2 + \sin 2x}$$

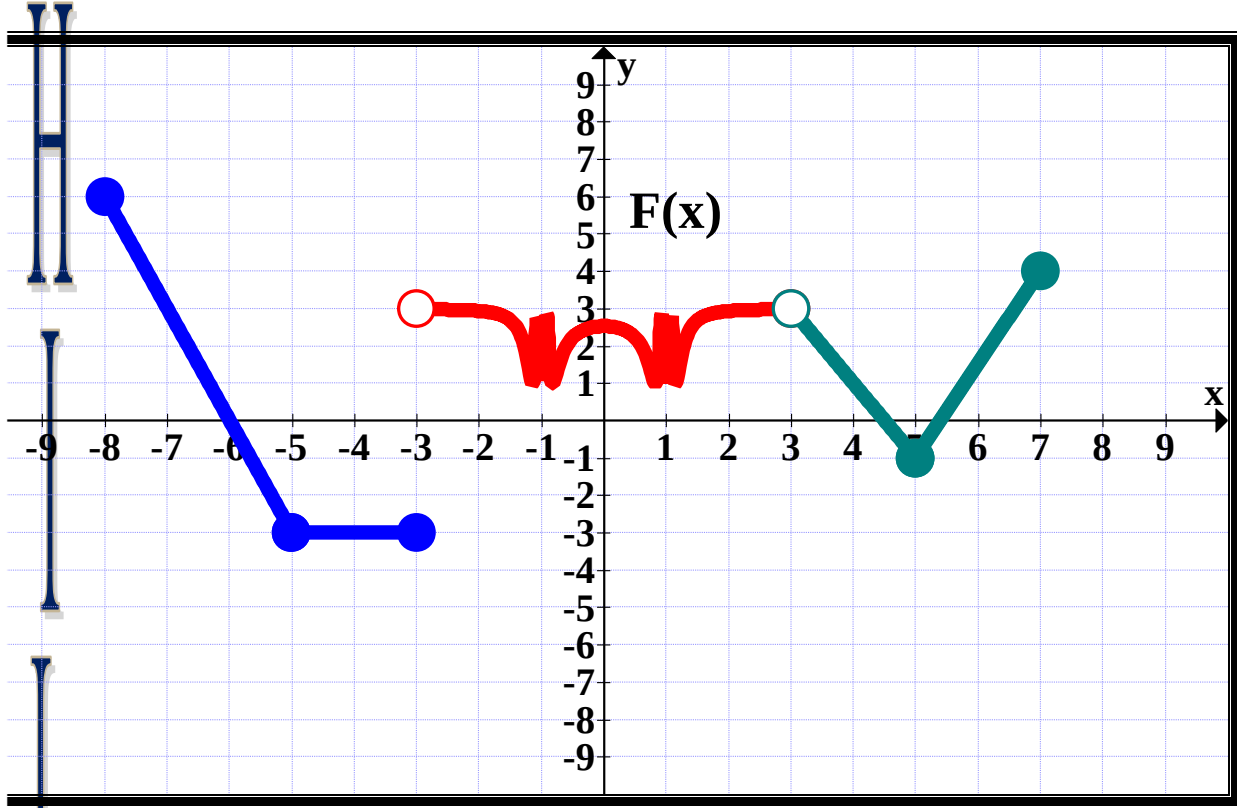
$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2 - \sqrt{3x+1}}{x^2 - x}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} 5x(\csc x + \cot 2x)$$

$$\lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{x^2 - 3[x]}{x-3}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \sqrt{x} \sin \frac{6}{x}$$

الثانيالسؤال : (1) الشكل التالي يمثل بيان الدالة $f(x)$:



(1) حدد قيم x التي عندها الدالة :

(i) متصلة وغير قابلة للاشتقاق

(ii) غير متصلة وغير قابلة للاشتقاق

(iii) قابلة للاشتقاق

(2) $\lim_{x \rightarrow -3} (f(x) - 2x)$

(3) $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(-6 + h)}{h}$

(4) متوسط التغير للدالة عندما تتغير x من 5 - إلى 3 -

.....

.....

(2) لتكن $f(x) = ax^2 + bx^3$ حيث a, b ثوابت , $f'(1) = 2$, $f''(2) = 11$

أوجد a, b ؟

(3) تعطي السرعة المتجهة لسقوط جسم بالقاعدة $V = 1 + 8\sqrt{S - t}$ ft/s عند اللحظة t sec

سقط هذا الجسم مسافة S ft من نقطة انطلاقة. إثبت أن العجلة هي $32m/sec^2$.

الثالثالسؤال: (1) المعادلتان البارامتريتان لمنحني هما: $x = t^2 - 6t$, $y = 8\sqrt{t - 2}$

أوجد معادلة خط المماس للمنحني عند النقطة حيث $t = 6$

(2) لتكن $(xy)^3 = 5$ إثبت أن : $\frac{y'}{y''} + \frac{x}{2} = 0$

.....

.....

.....

(3) بفرض أن الدالة f ومشتقتها الأولى لها القيم التالية عند $x = 1, x = 0$

أوجد المشتقة الأولى لقيم x المعطاة في الحالات التالية :

(a) $\sqrt{x}f(x), x = 1$

x	$f(x)$	$f'(x)$
0	9	-2
1	-3	$\frac{1}{5}$

.....

(b) $\sqrt{f(x)}, x = 0$

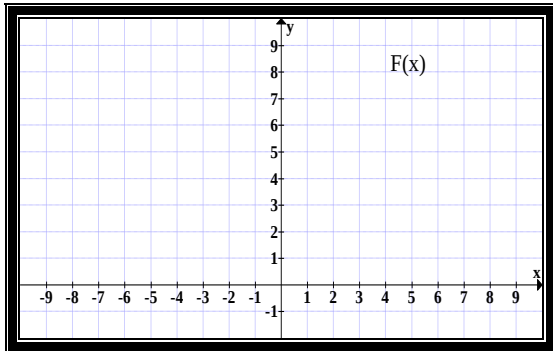
.....

(c) $f(\sqrt{x}), x = 1$

.....

(d) $f(1 - 5 \tan x), x = 0$

.....



(4) خطط الرسم البياني للدالة المتصلة f حيث

$f'(x) = \begin{cases} -2 & : x < 2 \\ -0.5 & : x > 2 \end{cases}, f(0) = 5$

.....

.....

مع أطيب التمنيات بالتوفيق والنجاحإعداد أ. هلال حسين

النموذج التجريبي (C) للصف الثاني عشر العلمي (الرياضيات)

الفصل الدراسي الأول 2013 إعداد أ. هلال حسين

الإجابة النموذجية

أسم الطالب: الشعبة:

السؤال الأول: (1) المسار الذي يتبقة الصقر للوصول للأرنبيتبع الإجابات الصحيحة إما (↓ أو ←) وضع المسار علي الجدول

$f(x) = [x]$ غ. متصلة عند كل عدد صحيح	$f(x) = \ln(1 - x^2)$ مجالاتها $(-1, 1)$	$\lim_{x \rightarrow 1^-} \sqrt{1 - x} = 0$	
$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{f(3) - f(x)}{x - 3} = f'(3)$	غ. موجودة $\lim_{x \rightarrow 3} [x]$	لتكن $\lim_{x \rightarrow 1^-} \sqrt[3]{x - 5}$ فإن $f'(5)$ موجودة	الدالة $ x - 4 $ غير قابلة للاشتقاق عند $x = 4$
$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\sin x}{x} = 1$	لتكن $f(x) = x x $ فإن $f'(0) = 0$	لتكن $f(x) = 3x - 9 $ فإن $f'(3)$ موجودة	$y = \sin \frac{1}{x - 3}$ إنفصال تذبذبي عند $x = 3$
	$f(x) = \frac{1}{x^2 + 1}$ متصلة علي R	مجال الدالة $y = \sqrt[3]{x}$ هو $[0, \infty[$	إنفصال قفزة $f(x) = \frac{x}{x - 1}$ عند $x = 1$

(2) إذا كانت $f(x) = \frac{|x - 4| - 1}{x - 5}$, $x \neq 5$

تعريفأعد الدالة f عند $x = 5$ بحيث تكون متصلة عند $x = 5$

موجودة $\lim_{x \rightarrow 5} f(x) = 1$: $|x - 4| = x - 4$: $\therefore \lim_{x \rightarrow 5} f(x) = 1$: $\frac{x - 4 - 1}{x - 5} = \frac{x - 5}{x - 5} = 1$

$\therefore f(x) = \begin{cases} \frac{|x - 4| - 1}{x - 5} & : x \neq 5 \\ 1 & : x = 5 \end{cases}$

(3) أوجد كلاً من النهايات التالية: —

$$\lim_{x \rightarrow 5} \left(\frac{x^2}{x-5} - \frac{3x+10}{x-5} \right)$$

$$\lim_{x \rightarrow 5} \left(\frac{x^2 - 3x - 10}{x-5} \right)$$

$$= \lim_{x \rightarrow 5} \left(\frac{(x-5)(x+2)}{x-5} \right)$$

$$5 + 2 = 7$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\frac{6}{x+2} - 3}{x}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\frac{6-3x-6}{x+2}}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\frac{-3x}{x+2}}{x}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{-3}{2}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2 - \sqrt{3x+1}}{x^2 - x}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2 - \sqrt{3x+1}}{x^2 - x} \times \frac{2 + \sqrt{3x+1}}{2 + \sqrt{3x+1}} =$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{3(1-x)}{x(x-1)(2 + \sqrt{3x+1})} = \frac{3}{4}$$

$$\lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{x^2 - 3[x]}{x-3}$$

$$\lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{x^2 - 3 \times 3}{x-3} = \lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{x^2 - 9}{x-3}$$

$$\lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{(x-3)(x+3)}{x-3} = 6$$

$$[x] = 3: x \rightarrow 3^+$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{2x^4 - 16x}{|2-x|}$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{2x(x^3 - 8)}{2-x} = \frac{(x-2)(x^2 + 2x + 4)}{2-x}$$

$$= -(4 + 4 + 4) = -12$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(\sin x)^2 - \tan 3x}{x^2 + \sin 2x}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\frac{(\sin x)^2}{x} - \frac{\tan 3x}{x}}{\frac{x^2}{x} + \frac{\sin 2x}{x}} = \frac{0-3}{0+2} = \frac{-3}{2}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} 5x(\csc x + \cot 2x)$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} 5x \left(\frac{1}{\sin x} + \frac{1}{\tan 2x} \right)$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{5x}{\sin x} + \frac{5x}{\tan 2x} \right) = 5 + \frac{5}{2} = \frac{15}{2}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \sqrt{x} \sin \frac{6}{x}$$

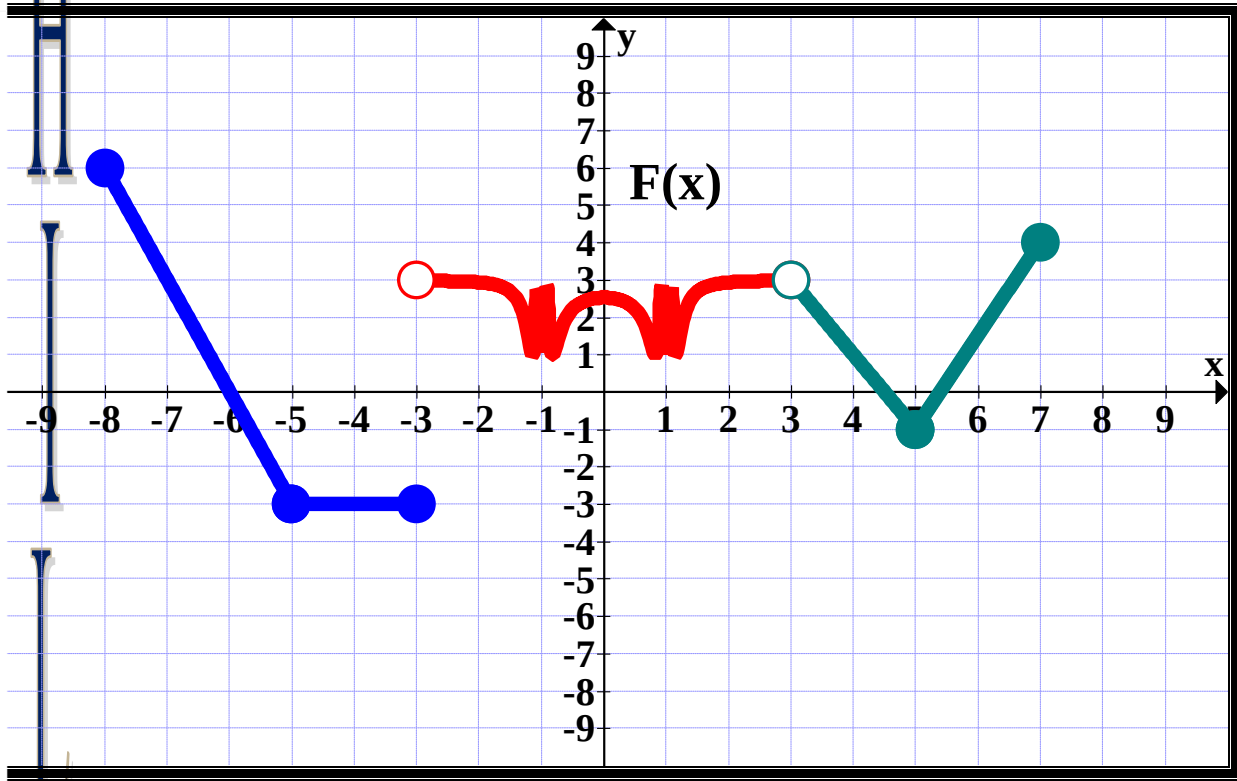
$$1 \geq \sin \frac{6}{x} \geq -1$$

$$\times \sqrt{x}$$

$$\sqrt{x} \geq \sqrt{x} \sin \frac{6}{x} \geq -\sqrt{x}$$

أكمل حسب نظرية الإحاطة.....

الثانيالسؤال : (1) الشكل التالي يمثل بيان الدالة $f(x)$:



(1) حدد قيم x التي عندها الدالة :

(i) متصلة وغير قابلة للاشتقاق $-5, 5$

(ii) غير متصلة وغير قابلة للاشتقاق $3, 3, -1, 1$

(iii) قابلة للاشتقاق $[-8, 7]$ ما عدا $\{5, -5, -1, 1, 3, -3\}$

(2) $\lim_{x \rightarrow -3} (f(x) - 2x)$ موجودة غير

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(-6 + h)}{h} = -3 \quad (3)$$

(4) متوسط التغير للدالة تتغير عندما x من -5 إلى -3

0

(2) لتكن $f(x) = ax^2 + bx^3$ حيث a, b ثوابت , $f'(1) = 2$, $f''(2) = 11$

أوجد a, b ؟

$$f'(x) = 2ax + 3bx^2 \Rightarrow 2 = 2a + 3b \rightarrow (1)$$

$$f''(x) = 2a + 6bx \Rightarrow 11 = 2a + 12b \rightarrow (2) .$$

$$b = 1 , a = \frac{-1}{2}$$

(3) تعطي السرعة المتجهة لسقوط جسم بالقاعدة $V = 1 + 8\sqrt{S - t}$ ft/s عند اللحظة t sec

هذا سقط الجسم مسافة S ft من نقطة انطلاقه. إثبت أن العجلة هي $32m/sec^2$.

$$a(t) = 0 + 8 \times \frac{s' - 1}{2\sqrt{s - t}} = \frac{4(1 + 8\sqrt{s - t} - 1)}{\sqrt{s - t}} = \frac{32\sqrt{s - t}}{\sqrt{s - t}} = 32ft/sec^2$$

الثالث السؤال: (1) المعادلتان البارامتريتان لمنحني هما: $y = 8\sqrt{t - 2}$, $x = t^2 - 6t$

أوجد معادلة خط المماس للمنحني عند النقطة حيث $t = 6$

$$t = 6 \Rightarrow x = 6^2 - 6 \times 6 = 0 , t = 6 \Rightarrow y = 8\sqrt{6 - 2} = 16$$

النقطة هي (0,16)

$$\frac{dy}{dt} = 8 \times \frac{1}{2\sqrt{t - 2}} \Big|_{t=6} = \frac{4}{2} = 2 , \frac{dx}{dt} = 2t - 6 \Big|_{t=6} = 6 \Rightarrow \frac{dy}{dx} = \frac{\frac{dy}{dt}}{\frac{dx}{dt}} = \frac{1}{3} \text{ الميل}$$

$$y - 16 = \frac{1}{3}(x - 0) \Rightarrow y = \frac{1}{3}x + 16 \quad \text{معادلة المماس}$$

$$(2) \text{ لتكن } (xy)^3 = 5 \text{ إثبت أن : } \frac{y'}{y''} + \frac{x}{2} = 0$$

$$xy = \sqrt[3]{5} \Rightarrow y + y'x = 0 \Rightarrow y' + y''x + y' = 0 \Rightarrow 2y' + y''x = 0 \Rightarrow \div 2y'$$

$$\therefore \frac{y'}{y''} + \frac{x}{2} = 0$$

(3) بفرض أن الدالة f ومشتقتها الأولى لها القيم التالية عند $x = 1, x = 0$

أوجد المشتقة الأولى لقيم x المعطاة في الحالات التالية :

x	$f(x)$	$f'(x)$
0	9	-2
1	-3	$\frac{1}{5}$

(a) $\sqrt{x}f(x), x = 1$

$$\frac{1}{2\sqrt{x}}f(x) + f'(x)\sqrt{x}|_{x=1} = \frac{1}{2} \times (-3) + \frac{1}{5} \times 1 = \frac{-13}{10}$$

(b) $\sqrt{f(x)}, x = 0$

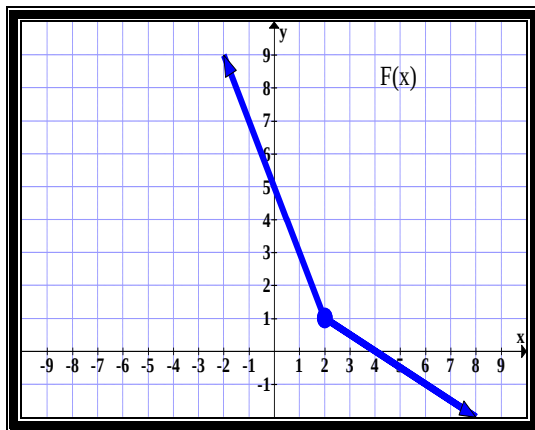
$$\frac{f'(x)}{2\sqrt{f(x)}}|_{x=0} = \frac{-2}{2 \times 3} = \frac{-1}{3}$$

(c) $f(\sqrt{x}), x = 1$

$$f'(\sqrt{x}) \times \frac{1}{2\sqrt{x}}|_{x=0} = \frac{1}{5} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{10}$$

(d) $f(1 - 5 \tan x), x = 0$

$$f'(1 - 5 \tan x) \times (-5(\sec x)^2)|_{x=0} = \frac{1}{5} \times (-5) = -1$$



(4) خطط الرسم البياني للدالة المتصلة f حيث

$$f'(x) = \begin{cases} -2 & : x < 2 \\ -0.5 & : x > 2 \end{cases}, f(0) = 5$$

$$m_1 = \frac{-2}{1} : x < 2$$

$$m_2 = \frac{-1}{2} : x > 2$$

النموذج التجريبي (D) للصف الثاني عشر العلمي (الرياضيات)

الفصل الدراسي الأول 2015/2014

أسم الطالب:.....الشعبة.....

السؤال الأول: (1) المسار الذي يتبعه الصقر للوصول للأرنب إما

(↓ أو ←) وضح المسار علي الجدول

$f(x) = \sqrt{x}$ متصلة عند كل عدد صحيح	$f(x) = \sin x$ مجالها $[-1, 1]$	$\lim_{x \rightarrow 1^-} \sqrt{x-1} = 0$	
$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{f(3) + f(x)}{x+3} = f'(3)$	$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{3-x}{f(x)-f(3)} = \frac{-1}{f'(x)}$	$f(x) = \begin{cases} x+2 & x > 1 \\ 2x+1 & x < 1 \end{cases}$ قبرة عند $x = 1$	$\lim_{x \rightarrow \frac{1}{10}} [x] = 0$
$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sin(x)}{x} = 1$	$f'(7) = 5$ $\Rightarrow f(7) = \lim_{x \rightarrow 7} f(x)$	$f(x) = 3x-9 $ لنكن فإن $f'(3)$ غ. موجودة	$y = \sin \frac{1}{x-3}$ إنفصال لانهاضي عند $x = 3$
	$f(x) = \sqrt[3]{x-5}$ غير قابلة للإشتقاق عند $x = 5$	الدالة مجال $y = \sqrt{x}$ هو $(-1, 1)$	$f(x) = \frac{x}{x+1}$ لانهاضي إنفصال عند $x = 1$

إذا علمت أن $\frac{x-1}{\sqrt[3]{x}-1} \geq f(x) \geq \frac{8-(x+1)^3}{a(x-1)}$ جوار في منقوص للعدد 1 (2)

$\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$ موجودة أوجد قيمة a

.....
.....

(3) أوجد النهايات التالية:-

$$(i) \lim_{x \rightarrow -1} \sin(x + 1) \times \frac{x^2 + 3x + 2}{3(x + 1)^2}$$

.....
.....

$$(ii) \lim_{x \rightarrow 1} \sqrt{\frac{x^2 - 1}{x^2 + 4}}$$

.....
.....

$$(iii) \lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{x^2 - [x]^2}{|x| + [x]}$$

.....
.....

$$(iv) \lim_{x \rightarrow 0^-} \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{x + 3} \right) \times \frac{1}{x}$$

.....
.....

$$(v) \lim_{x \rightarrow 2^+} \left(\frac{(\sqrt{x})^{[x]} - 2}{\sqrt{x} - \sqrt{2}} \right)$$

.....
.....

السؤال الثاني: (1) إذا علمت أن $y = (\sec x - \tan x)^5$

أثبت أن $y' + 5y \sec x = 0$

.....

.....

.....

.....

(2) : أوجد معادلة المماس الخط العمودي للمنحنى $y^2 + x^2 + 3yx = 5$

عند النقطة $(1, 1)$

.....

.....

.....

(3): إذا كانت $\frac{dy}{du} = 3x^2 + 1$, $\frac{dx}{du} = 9 - x^2$

أوجد $\frac{d^2y}{dx^2}$ ؟ عند $x = 1$

.....

.....

.....

السؤال الثالث: (1)

تتحرك نقطة على خط مستقيم بحيث يعطي موقعها في أي لحظة $t \geq 0$ بالدالة التالية: $s(t) = t^3 - 9t^2 + 15t + 2$ حيث t بالثواني ، s بالأمتار أوجد السرعة اللحظية والسرعة العددية والعجلة والهزة في نهاية الثانية الأولى من حركته.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

(2): إذا علمت أن $f'(x) = x^2 - 2x + 3$

$$y = f(x^2 + x - 4) + 2x^2$$

أوجد $\frac{dy}{dx}$ عند $x = 1$

.....

.....

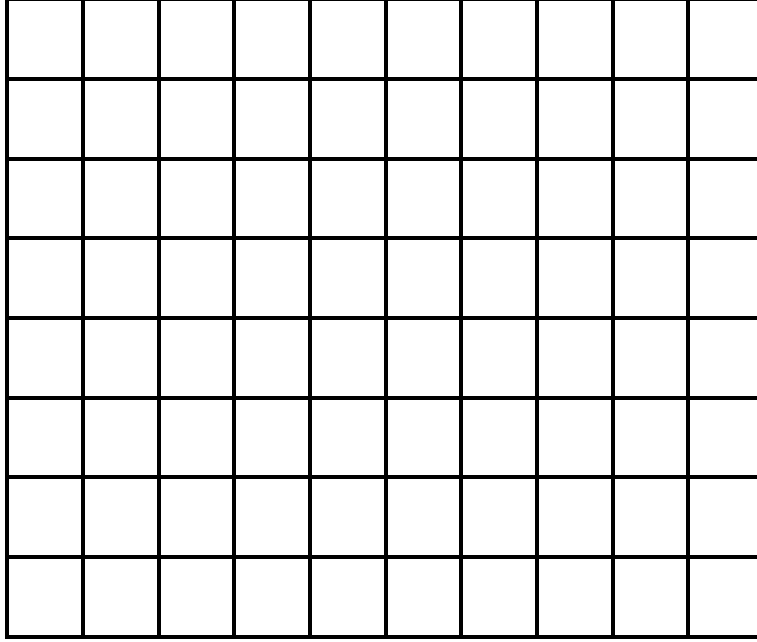
.....

.....

.....

(3): أوجد ميل المنحني عند $x = a$. ثم صف ماذا يحدث للمماس عند $x =$

عندما تتغير a حيث $y = \frac{1}{x-1}$. مع التوضيح بالرسم



.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

مع أطيب التمنيات بالتوفيق

إعداد: أ. هلال حسين

النموذج التجريبي (D) للصف الثاني عشر العلمي (الرياضيات)

الفصل الدراسي الأول 2015/2014

أسم الطالب:.....الشعبة.....

السؤال الأول: (1) المسار الذي يتبعه الصقر للوصول للآرنب إما

(↓ أو ←) وضح المسار علي الجدول

$f(x) = \sqrt{x}$ متصلة عند كل عدد صحيح	$f(x) = \sin x$ مجالها $[-1, 1]$	$\lim_{x \rightarrow 1^-} \sqrt{x-1} = 0$	
$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{f(3) + f(x)}{x+3} = f'(3)$	$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{3-x}{f(x)-f(3)} = \frac{-1}{f'(x)}$	$f(x) = \begin{cases} x+2 : x > 1 \\ 2x+1 : x < 1 \end{cases}$ قفزة عند $x = 1$	$\lim_{x \rightarrow \frac{1}{10}} [x] = 0$
$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sin(x)}{x} = 1$	$f'(7) = 5 \Rightarrow f(7) = \lim_{x \rightarrow 7} f(x)$	$f(x) = 3x-9 $ لنكن فإن $f'(3)$ غ. موجودة	$y = \sin \frac{1}{x-3}$ إنفصال لانهاضي عند $x = 3$
	$f(x) = \sqrt[3]{x-5}$ غير قابلة للاشتقاق عند $x = 5$	مجال الدالة $y = \sqrt{x}$ هو $(-1, 1)$	$f(x) = \frac{x}{x+1}$ إنفصال لانهاضي عند $x = 1$

$$\text{أنعلمنا إذا } \frac{x-1}{\sqrt[3]{x}-1} \geq f(x) \geq \frac{8-(x+1)^3}{a(x-1)} \text{ منقوص جوار في العدد 1 (2)}$$

$\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$ موجودة أوجد قيمة a

$$\lim_{x \rightarrow 1} f(x) \text{ موجودة} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-1}{\sqrt[3]{x}-1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{8-(x+1)^3}{a(x-1)} \Rightarrow$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{(\sqrt[3]{x}-1)(\sqrt[3]{x^2} + \sqrt[3]{x} + 1)}{\sqrt[3]{x}-1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(2-x-1)(4+2(x+1)+(x+1)^2)}{a(x-1)}$$

$$3 = \frac{-12}{a} \Rightarrow 3a = -12 \Rightarrow a = -4$$

(3) أوجد النهايات التالية:-

$$(i) \lim_{x \rightarrow -1} \sin(x+1) \times \frac{x^2 + 3x + 2}{3(x+1)^2}$$

نفرض $y = x + 1$

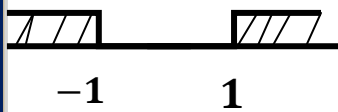
$$x \rightarrow -1 \Rightarrow y \rightarrow 0$$

$$\lim_{x \rightarrow -1} \left(\frac{\sin(x+1)}{3(x+1)} \times \frac{x^2 + 3x + 2}{(x+1)} \right) = \lim_{y \rightarrow 0} \frac{\sin y}{3y} \times \lim_{x \rightarrow -1} \frac{(x+1)(x+2)}{(x+1)}$$

$$= \frac{1}{3} \times 1 = \frac{1}{3}$$

$$(ii) \lim_{x \rightarrow 1} \sqrt{\frac{x^2 - 1}{x^2 + 4}}$$

لاحظ $x^2 - 1 \geq 0$ موجودة غير



لأن الدالة غير معرفة جوارفي أيسر للعدد 1 {المجال} $[-1, 1[\cup]1, \infty[$

$$(iii) \lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{x^2 - [x]^2}{|x| + [x]} =$$

$$\lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{x^2 - (-1)^2}{-x - 1} = \lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{(x-1)(x+1)}{-x-1} = 2$$

$$(iv) \lim_{x \rightarrow 0^-} \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{x+3} \right) \times \frac{1}{x}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0^-} \left(\frac{x+3-3}{3(x+3)} \right) \times \frac{1}{x} = \frac{1}{9}$$

$$(v) \lim_{x \rightarrow 2^+} \left(\frac{(\sqrt{x})^{[x]} - 2}{\sqrt{x} - \sqrt{2}} \right)$$

$$x \rightarrow 2^2 \Rightarrow [x] = 2$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} \left(\frac{(\sqrt{x})^2 - 2}{\sqrt{x} - \sqrt{2}} \right) = \lim_{x \rightarrow 2^+} \left(\frac{(\sqrt{x} - \sqrt{2})(\sqrt{x} + \sqrt{2})}{\sqrt{x} - \sqrt{2}} \right) = 2\sqrt{2}$$

السؤال الثاني: (1) إذا علمت أن $y = (\sec x - \tan x)^5$

أثبت أن $y' + 5y \sec x = 0$

$$y' = 5(\sec x - \tan x)^4 (\sec x \tan x - (\sec x)^2)$$

$$y' = -5 \sec x (\sec x - \tan x)^4 (\tan x - \sec x)$$

$$y' = -5 \sec x (\sec x - \tan x)^5$$

$$y' = -5 \sec x (y) \Rightarrow y' = -5y \sec x \Rightarrow y' + 5y \sec x = 0$$

(2) : أوجد معادلة المماس الخط العمودي للمنحنى $y^2 + x^2 + 3yx = 5$

عند النقطة (1, 1)

$$2yy' + 2x + 3(y'x + y) = 0 \Rightarrow 2y' + 2 \times 1 + 3(y' + 1) = 0$$

$$\Rightarrow 2y' + 2 \times 1 + 3y' + 3 = 0 \Rightarrow 5y' = -5 \Rightarrow y' = -1$$

$$y - 1 = -1(x - 1) \Rightarrow y = -x + 2$$

$$(3): \text{إذا كانت } \frac{dx}{du} = 9 - x^2, \frac{dy}{du} = 3x^2 + 1$$

$$\text{أوجد } \frac{d^2y}{dx^2} \text{ عند } x = 1$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{\frac{dy}{du}}{\frac{dx}{du}} = \frac{3x^2 + 1}{9 - x^2} \Rightarrow \frac{d^2y}{dx^2} = \frac{6x(9 - x^2) + 2x(3x^2 + 1)}{(9 - x^2)^2}$$

السؤال الثالث: (1)

تتحرك نقطة على خط مستقيم بحيث يعطي موقعها في أي لحظة $t \geq 0$ بالدالة التالية: $s(t) = t^3 - 9t^2 + 15t + 2$ حيث t بالثواني ، s بالأمتار
أوجد السرعة اللحظية والسرعة العددية والعجلة والهزة في نهاية الثانية الأولى من حركته.

$$V = 3t^2 - 18t + 15|_{t=1} = 0$$

$$a(t) = 6t - 18|_{t=1} = -12$$

$$j(t) = 6$$

$$(2): \text{إذا علمت أن } f'(x) = x^2 - 2x + 3$$

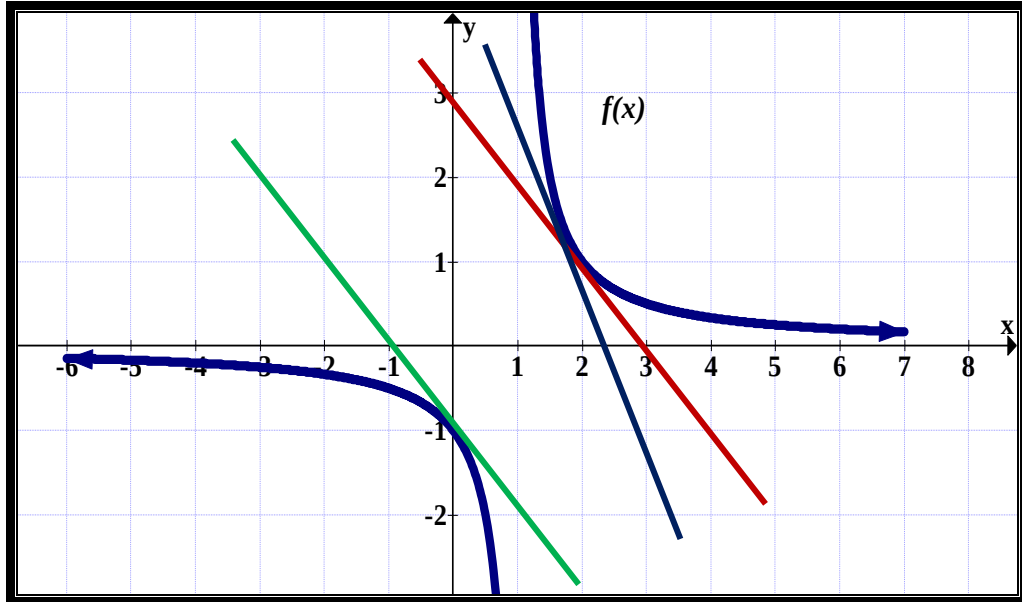
$$y = f(x^2 + x - 4) + 2x^2$$

$$\text{أوجد } \frac{dy}{dx} \text{ عند } x = 1$$

$$\begin{aligned} \frac{dy}{dx}|_{x=1} &= f'(x^2 + x - 4) \times (2x + 1) + 4x|_{x=1} = f'(-2) \times 3 + 4 \\ &= 11 \times 3 + 4 = 33 + 4 = 37 \end{aligned}$$

$$f'(-2) = 4 + 4 + 3$$

(3): أوجد ميل المنحني عند $x = a$. ثم صف ماذا يحدث للمماس عند $x = a$ عندما تتغير a حيث $y = \frac{1}{x-1}$. مع التوضيح بالرسم



$$y' = \frac{-1}{(x-1)^2} \Big|_{x=a} = \frac{-1}{(a-1)^2}$$

سوف نناقش ثلاثة حالات :-

- دائماً الميل سالب مهما كانت قيمة $a \neq 1$
- عندما $a \rightarrow 1^+$, $a \rightarrow 1^-$ فإن المماس ينحدر انحداراً شديداً يقترب من أن يكون رأسي
- عندما $a \rightarrow \pm\infty$ فإن المماس يقترب من أن يكون أفقياً.

مع أطيب التمنيات بالتوفيق

إعداد: أ. هلال حسين