مجلس أبوظبي للتعليم

مدرسة زايد الأول

الصف الثاني عشر العلمي

٢٠١٢/٢٠١٣

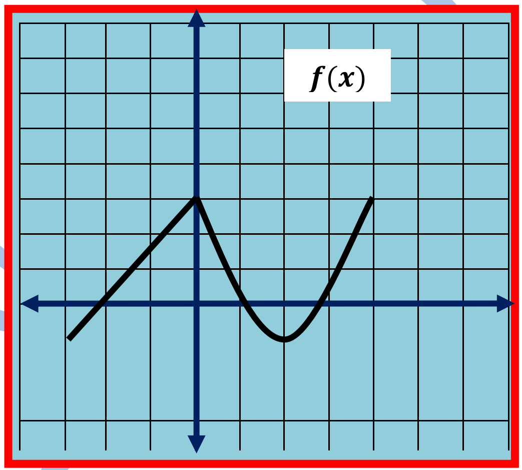
Mr. Hilal Hussein

نموذج أجابة للتدريب (A)

للفصل الدراسي الثاني

*** السؤال الأول :-**

(I)



- الشكل التالي يمثل بيان f

المتصلة على $[-3,4]$

أجب عما يلي :

١) مجموعة قيم x للنقاط الحرجة هي

.... $\{2,0\}$ ....

٢) فترات التزايد هي

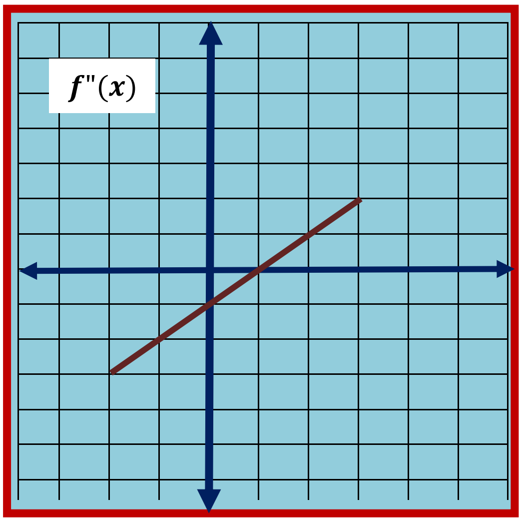
.... $[-3,0],[2,4]$ ....

٣) فترات التناقص هي

. $[0,2]$ ....

٤) فترات التقعر الأعلى هي

.... $(0,4)$ ....



- الشكل التالي يمثل بيان $f``$ للدالة f

المتصلة على $[-2,3]$ ، $f`(0) = f`(2) = 0$

أجب عما يلي :

١) فترات التزايد هي

.... $[-2,0],[2,3]$ ....

٢) فترات التناقص هي

.... $[0,2]$ ....

٣) القيمة العظمى المحلية هي

$f(0)\ ,f(3)$ ....

٤) القيمة الصغرى المحلية هي :

.... $f(-2),f(2)$ ....

HILAL

أعداد أ.هلال حسين

(II) إذا علمت أن للدالة $f(x)$ حيث $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + 5$ و كانت للدالة f قيمة صغرى محلية عند $x = 1$ و نقطة انعطاف عند $x = \frac{-1}{2}$ ، فما قيمة a , b ؟

بما أن عند $x = 1$ نقطة حرجة

$$\therefore f'(1) = 0$$

$$3x^2 + 2a + b|_{x=1} = 0$$

$$3 + 2a + b = 0$$

$$2a + b = -3 \ \rightarrow (1)$$

$x = \frac{-1}{2}$ نقطة إنقلاب $\rightarrow f''(-\frac{1}{2}) = 0$

$$\therefore 6x + 2a|_{\frac{-1}{2}} = 0$$

$$-3 + 2a = 0 \rightarrow a = \frac{3}{2}$$

بالتعويض في رقم(1)

$$\cancel{2} \times \frac{3}{\cancel{2}} + b = -3 \rightarrow b = -6$$

(III) ابحث امكانية توفر شروط نظرية القيمة المتوسطة للدالة $f(x) = cosx$ حيث $x \in \left[\frac{\pi}{3}, \frac{2\pi}{3}\right]$ ، و أوجد إن أمكن قيمة c.

$\therefore$ الدالة$f(x)$ مثلثية متصلة علي $\left[\frac{\pi}{3}, \frac{2\pi}{3}\right]$

بما أن $f'(x) = -\sin x$ $\therefore$ الدالة $f(x)$ قابلة للاشتقاق عند كل نقطة $\ni \left(\frac{\pi}{3}, \frac{2\pi}{3}\right)$

$\therefore$ شروط نظرية القيمة المتوسطة متوفرة $\therefore$ يوجد علي الأقل $c \ni \left(\frac{\pi}{3}, \frac{2\pi}{3}\right)$ حيث

$$f'(c) = \frac{f\left(\frac{2\pi}{3}\right) - f\left(\frac{\pi}{3}\right)}{\frac{2\pi}{3} - \frac{\pi}{3}} \rightarrow -\sin c = \frac{\frac{-1}{2} - \frac{1}{2}}{\frac{\pi}{3}} = \frac{-3}{\pi}$$

$$\boxed{\rightarrow \sin c = \frac{3}{\pi}}$$

$$c = 1.27 \quad , \quad 1.87 \in \left(\frac{\pi}{3}, \frac{2\pi}{3}\right)$$

$\therefore$ يوجد c وهي : 1.27 ,1.87

إعداد أ.هلال حسين

* السؤال الثاني :-

(I) كرة حجمها $V cm^3$ و نصف قطرها $r\ cm$ و مساحتها السطحية $A\ cm^2$ فأثبت أن:

$$16\,\pi\,\frac{dv}{dt} \times \frac{dr}{dt} = \left(\frac{dA}{dt}\right)^2$$

ثم احسب معدل زيادة V في اللحظة التي يزداد فيها r بمعدل $\frac{1}{4}cm/sec$ و تزداد فيها A بمعدل $2\pi\ cm^2/sec$

الجواب : $\pi\ cm^3/sec$

$$V = \frac{4}{3}\pi r^3 \rightarrow \frac{dv}{dt} = 4\pi r^2\frac{dr}{dt} \quad \rightarrow \frac{dr}{dt} = \frac{dv}{dt} \times \frac{1}{4\pi r^2} \quad \rightarrow\rightarrow (1)$$

$$A = 4\pi r^2 \rightarrow \frac{dA}{dt} = 8\pi r\frac{dr}{dt} \quad \rightarrow \left(\frac{dA}{dt}\right)^2 = 64\pi^2 r^2 \times \frac{dr}{dt} \times \frac{dr}{dt}$$ من رقم 1

$$\therefore \left(\frac{dA}{dt}\right)^2 = 16\,\pi\,\frac{dv}{dt} \times \frac{dr}{dt}$$

$$\therefore (2\pi)^2 = 16\pi\frac{dv}{dt} \times \frac{1}{4} \rightarrow 4\pi^2 = \frac{dv}{dt}$$

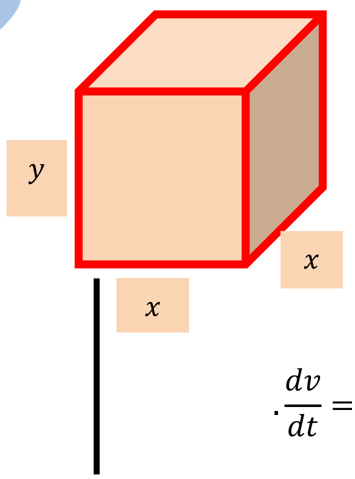
$$\therefore \frac{dv}{dt} = \pi\ cm^3/sec$$

(II) صندوق على شكل متوازي مستطيلات ، قاعدته مربعة الشكل ، طول ضلعها $x\ m$ ، فإذا كان مجموع أطوال أحرفه يساوي $18m$. فأثبت أن حجم الصندوق هو $\left(\frac{9}{2}x^2 - 2x^3\right)$. و أوجد أبعاد الصندوق التي تجعل حجمه أكبر ما يمكن .

الجواب : $\frac{3}{2}, \frac{3}{2}, \frac{3}{2}\ m$

الحـــــــــــل

$$V = x^2 y \quad \rightarrow \quad V = x^2\left(\frac{9}{2} - 2x\right)$$



$$\therefore\ V = \frac{9}{2}x^2 - 2x^3.$$

$$.\frac{dv}{dt} = 9x - 6x^2 = 0 \rightarrow 3x(3 - 2x) = 0$$

المعادلة المساعدة

$$8x + 4y = 18 \rightarrow 4x + 2y = 9$$

$$y = \frac{9}{2} - 2x \ : x \in \left(0, \frac{9}{4}\right)$$

$x = 0$ مرفوض , $x = \frac{3}{2} \in \left(0, \frac{9}{4}\right)$

x	0	$\frac{3}{2}$	$\frac{9}{4}$
V'	+	**0**	-
V	↗		↘

قيمة عظمي مطلقة عند $x = \frac{3}{2}$

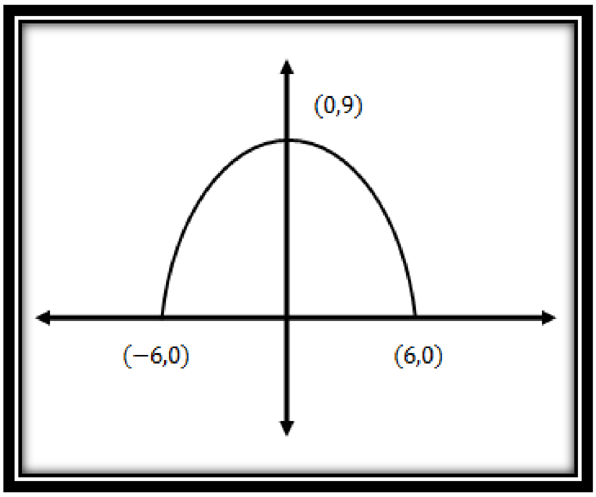
الابعاد تجعل الحجم أكبر ما يمكن m $\frac{3}{2}, \frac{3}{2}, \frac{3}{2}$

*** السؤال الثالث :-**

(I) طول قاعدة قوس بشكل قطع مكافئ $12\ m$

رأس القوس يرتفع $9\ m$ فوق سطح الأرض .

اكتب المعادلة الممثلة لهذا القوس .



الرأس$(0, 9)$

الصورة القياسية $y - k = -a(x-h)^2$

$(6, 0)$ تقع علي المنحني تحقق معادلته $\leftarrow$ $y - 9 = -a(x-0)^2$

$0 - 9 = -a(6)^2 \rightarrow a = \frac{1}{4}$

$y - 9 = -\frac{1}{4}(x)^2 \rightarrow y = -\frac{1}{4}x^2 + 9$

(II) للقطع الناقص $4x^2 + 9y^2 = 1$ ، أوجد إحداثيات الرأسين و البؤرتين و طول المحور الأكبر و الأصغر.

$\frac{x^2}{\frac{1}{4}} + \frac{y^2}{\frac{1}{9}} = 1 \quad \rightarrow \therefore$ المركز هو $(0, 0)$ $\rightarrow a^2 = \frac{1}{4} \rightarrow a = \frac{1}{2}$, $b^2 = \frac{1}{9} \rightarrow b = \frac{1}{3}$

$c^2 = a^2 - b^2 \quad \therefore c = \sqrt{\frac{1}{4} - \frac{1}{9}} \rightarrow c = \frac{\sqrt{5}}{6} \rightarrow \left(\mp\frac{1}{2}, 0\right)$ الرأسيين هما

البؤرتين هما $\left(\mp\frac{\sqrt{5}}{6}, 0\right)$ $\rightarrow \therefore 2a = 1$ طول المحور الاكبر , $2b = \frac{2}{3}$ طول المحور الأصغر

(III) عين البؤرتين و نقطتي طرفي المحور القاطع و نقطتي طرفي المحور المرافق و محوري التماثل و معادلة الخطين التقاربيان للقطع الزائد:

$$4y^2 - x^2 + 40y - 4x = -60$$

$$(4y^2 + 40y) - (x^2 + 4x) = -60 \quad \rightarrow 4(y^2 + 10y) - (x^2 + 4x) = -60$$

$$4(y^2 + 10y + 25) - (x^2 + 4x + 4) = -60 - 4 + 100$$

$$4(y+5)^2 - (x+2)^2 = 36 \quad (\div 36) \quad \rightarrow \frac{(y+5)^2}{9} - \frac{(x-2)^2}{36} = 1 \quad \rightarrow (-2\,,-5)$$ المركز

$$a^2 = 9 \rightarrow a = 3 \quad , \quad b^2 = 36 \rightarrow b = 6 \quad \therefore \; c = \sqrt{9+36} = 3\sqrt{5}$$

البؤرتان $(-2\;,-5 \mp 3\sqrt{5})$

نقطتي طرفي المحور القاطع $(-2\,,-5 \mp 3)$

نقطتي طرفي المحور المرافق $(-2 \mp 6\,,-5)$

معادلتي الخطين التقاربين $y + 5 = \mp\frac{3}{6}\,(x+2)$

مع الاعتذار للسهو

مع أطيب التمنيات بالنجاح والتوفيق

أعداد أ.هلال حسين