

2013/2012

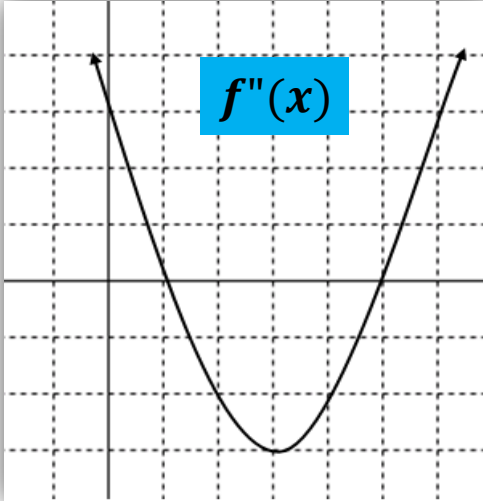
مدرسة زايد الأول

اعداد ا. هلال حسين

الاجابة النموذجية

النموذج التجريبي (c)

* السؤال الأول :-



(I) الرسم المجاور للدالة $f''(x)$

المعرفة على $(-\infty, +\infty)$ ، أوجد :

• مجال التقعر لأسفل للدالة $f(x)$ $(1, 5)$

• مجال التقعر لأعلى للدالة $f(x)$ $(-\infty, 1), (5, \infty)$

• أوجد نقاط الانعطاف للدالة $f(x)$
 $(1, f(1)), (5, f(5))$

• أين يوجد قيمة صغرى محلية أو
قيمة عظمى محلية للدالة $f''(x)$ ؟

عظمى محلية لـ f' عند $x = 1$ صغرى محلية لـ f' عند $x = 5$.

(II) إذا علمت أن منحنى الدالة $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + 3$

و كانت لمنحنى الدالة نقطة انقلاب و هي $(1, 0)$. فما قيمة a, b ؟

بما أن $(1, 0)$ نقطة إنقلاب $\leftarrow f''(1) = 0$.

$$f'(x) = 3x^2 + 2ax + b \rightarrow f''(x) = 6x + 2a|_{x=1} = 0$$

$$6 + 2a = 0 \therefore a = -3$$

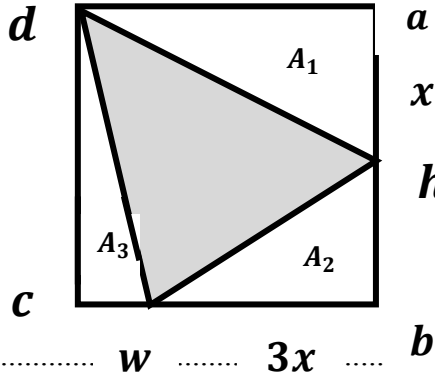
$$f(1) = 0 \rightarrow 1 + a + b + 3 = 0$$

$$1 - 3 + b + 3 = 0$$

$$\therefore b = -1$$

ا. هلال حسين

(III) $a b c d$ مربع طول ضلعه 12 cm أخذت النقطتان w, h على $\overline{bc}, \overline{ab}$ حيث كان $3x = bw =$ $3ah$. أثبت أن مساحة سطح المثلث $d h w = \frac{3}{2}x^2 - 6x + 72$ ، ثم أثبت أن مساحة سطح المثلث $d h w$ لا تقل عن 66 cm^2 .



$$A_1 = \frac{1}{2}x \times 12 = 6x$$

$$A_2 = \frac{1}{2} \times 3x(12 - x) \rightarrow A_2 = 18x - \frac{3}{2}x^2$$

$$A_3 = \frac{1}{2} \times 12(12 - 3x) = 72 - 18x$$

$$A = 144 - [A_1 + A_2 + A_3]$$

$$\therefore A = 144 - \left[6x + 18x - \frac{3}{2}x^2 + 72 - 18x \right] = \frac{3}{2}x^2 - 6x + 72$$

$$\frac{dA}{dx} = 3x - 6 = 0 \rightarrow x = 2 \therefore A'' = 3|_{x=2} > 0$$

قيمة صغرى مطلقة عند $x = 2$

المساحة لا تقل عن 66 cm^2

$$A|_{x=2} = \frac{3}{2}2^2 - 6 \times 2 + 72 = 66 \text{ cm}^2$$

* السؤال الثاني :-

(I) إذا علمت أن الدالة $f(x)$ تحقق شروط نظرية القيمة المتوسطة على $[1, 4]$

حيث $f(x) = x^3 + ax - 5$ ، وكانت $f'(c) = 13$ ، فما قيمة a ؟

بما أن الشروط محققة

$$\therefore f'(c) = \frac{f(4) - f(1)}{4 - 1}$$

$$13 = \frac{4^3 + 4a - 5 - (1 + a - 5)}{3}$$

$$39 = 64 + 4a - 5 + 4 - a \rightarrow 39 = 3a + 63$$

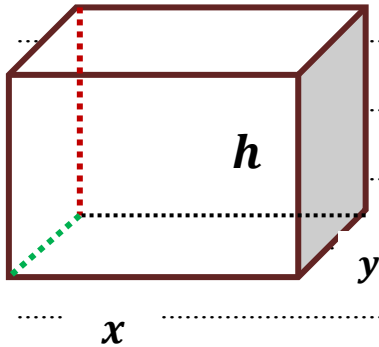
$$\therefore 39 - 63 = 3a \rightarrow -24 = 3a \therefore a = -8$$

أ. هلال حسين

$$h = 2y$$

(II) علبة على شكل متوازي مستطيلات سعتها 9000 cm^3 و ارتفاعها ضعف عرضها ، أوجد أبعاد متوازي المستطيلات عندما تكون مساحة أوجه الستة أقل ما يمكن.

الأبعاد هي : $15 \text{ cm} , 20 \text{ cm} , 30 \text{ cm}$



$$V = xyh \text{ بما أن}$$

$$9000 = xy(2y) \rightarrow 2x = \frac{9000}{y^2} : y$$

$$> 0$$

$$A = (2x + 2y)h + 2xy$$

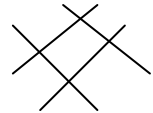
$$A = \left(\frac{9000}{y^2} + 2y \right) \times 2y + \frac{9000}{y^2} \times y$$

$$\therefore A = \frac{27000}{y} + 4y^2$$

$$A' = \frac{-27000}{y^2} + 8y = 0$$

$$8y^3 = 27000 \rightarrow y = \sqrt[3]{\frac{27000}{8}} = 15$$

أكمل



(III) تمر طائرة تطير موازية لسطح الأرض على ارتفاع أربعة كيلومترات فوق محطة رادار بعد وقت قصير أظهرت أجهزة الرادار أن المسافة بين الطائرة و المحطة تساوي 5 km ، و أن المسافة بين الطائرة و المحطة تزيد بمعدل 300 km في الساعة ، فما الساعة الأفقية التي تتحرك بها الطائرة عند هذه اللحظة ؟

الجواب : 500 km/h



.....X.....

$$\frac{ds}{dt} = 300$$

$$\frac{dx}{dt} ? , x=3$$

$$s=5$$

4

$$\text{بما أن } x^2 + 16 = s^2$$

$$\therefore 2x \frac{dx}{dt} = 2s \frac{ds}{dt}$$

$$3 \frac{dx}{dt} = 5 \times 300 \rightarrow \frac{dx}{dt} = 500 \text{ km/h}$$

السرعة الأفقية هي 500 km/h



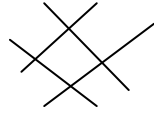
* السؤال الثالث :-

(I) اكتب معادلة القطع المكافئ الذي رأسه (٢، ١) ودليته $x = -1$.

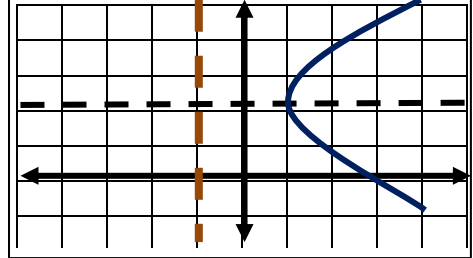
الصورة القياسية $x - 1 = a(y - 2)^2$

$$x - 1 = \frac{1}{8}(y - 2)^2$$

من الرسم



$$p = 2 \rightarrow a = \frac{1}{4p} = \frac{1}{8}$$



(II) أوجد معادلة القطع الناقص الذي محوره الأكبر والأصغر محور السينات و محور الصادات علي الترتيب و يمر بالنقطتين (3, -4) , (2, 6).

$$\frac{x^2}{52} + \frac{y^2}{13} = 1 \quad \boxed{\text{الجواب:}}$$

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

$$(6, 2) \in \text{ للمنحنى} \rightarrow \frac{36}{a^2} + \frac{4}{b^2} = 1 \quad \times 9$$

$$(-4, 3) \in \text{ للمنحنى} \rightarrow \frac{16}{a^2} + \frac{9}{b^2} = 1 \quad \times 4$$

$$\therefore \frac{324}{a^2} + \frac{36}{b^2} = 9 \quad \rightarrow (1)$$

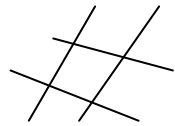
$$\therefore \frac{64}{a^2} + \frac{36}{b^2} = 4 \quad \rightarrow (2)$$

بطرح 2 من 1

$$\therefore a^2 = 52$$

بالتعويض في 2

$$\therefore b^2 = 13 \rightarrow \frac{x^2}{52} + \frac{y^2}{13} = 1$$



(III) اكتب معادلة القطع الزائد الذي رأساه $(0, -3), (4, -3)$ ، و البعد بين البؤرتين 6 وحدات.

ثم ارسم القطع

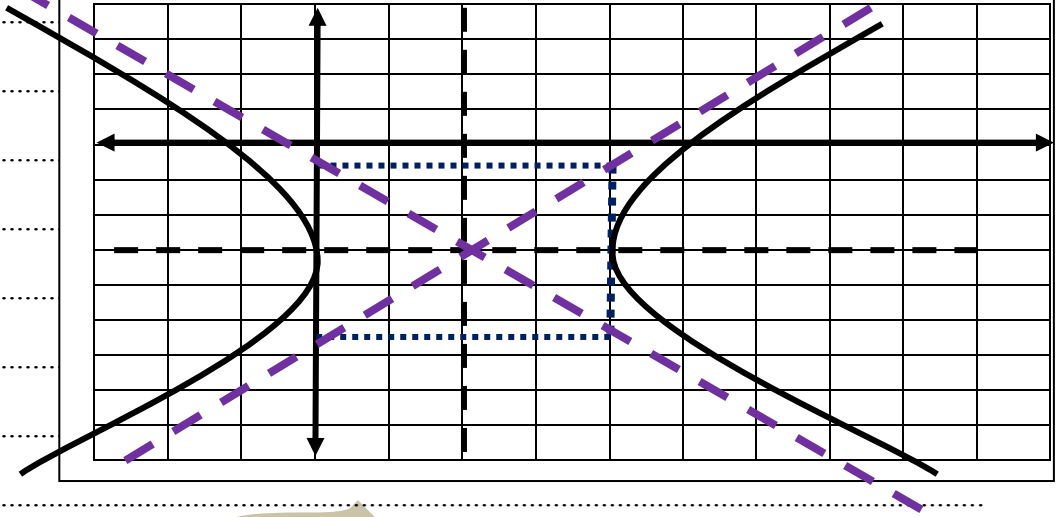
المركز $(2, -3)$

$$2a = |0 - 4| = 4 \rightarrow a = 2$$

$$2c = 6 \rightarrow c = 3$$

$$c^2 = a^2 + b^2 \rightarrow 9 = 4 + b^2 \rightarrow b^2 = 5 \rightarrow b = \sqrt{5}$$

$$\frac{(x - 2)^2}{4} - \frac{(y + 3)^2}{5} = 1$$



مع الاعتذار للسهو