إختبر نفسك في النهايات والإتصال

س) لتكن $f(x) = x^2 - 2x - 1$

اوجد $\lim_{x\to 2}(f(x-1) + f(3x) + 1)$?

....

....

....

....

....

....

....

س) إذا كانت $f(x)$ دالة حدودية وكان بيان $f(x)$ يمر بالنقطة $(-2\ ,\ 1)$ فأوجد

$$\lim_{x\to 1}\frac{\left(\sqrt{x+8}-3\right)\cot(x-1)}{(f(x))^3} \quad ?$$

....

....

....

....

....

....

....

س) لتكن $\left|f(x) - \sin 3x^2\right| < 3x^4$ في جوار منقوص للعدد 0 فأوجد

$\lim_{x\to 0}\frac{f(x)}{x^2}$?

....

....

....

....

....

س) إذا كانت $f(x)$ متصلة عند $x=1$ وكانت $f(1)=4$ فأوجد a,b,c حيث :

$$f(x)=\begin{cases} ax^2+bx+2c & : x>1 \\ 2a-3b-c & : x=1 \\ 3ax^2+2b-c & : x<1 \end{cases}$$

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

س) أوجد نهاية الدوال التالية :ـ

$(i)\quad lim_{x\to 0}\left(\frac{x^2}{3}-x\right)\cot x$

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

$$(ii)\ \lim_{x\to 2}\frac{x^2-2x}{\sqrt{x+2}-2}$$

....

....

....

....

....

....

....

$$(iii)\ \lim_{x\to 0}\frac{\sqrt{1+\tan x}-\sqrt{1-\tan x}}{3x}$$

....

....

....

....

....

....

....

مستوي مرتفع :

أوجد

$$\lim_{x\ln 2\to \ln 5}\frac{4^x-25}{2^{2x}-2^{x+2}-5}$$

....

....

....

....

....

....

....

مع تحياتي......أ.هلال حسين

إختبر نفسك في النهايات والإتصال

نموذج الإجابة

(س) لتكن $f(x) = x^2 - 2x - 1$

اوجد $\lim_{x \to 2}(f(x-1) + f(3x) + 1)$?

الحـــــــــــــــل

$$\lim_{x \to 2}[(x-1)^2 - 2(x-1) - 1 + (3x)^2 - 2(3x) - 1 + 1] = 1 - 2 - 1 + 36 - 12 = 22$$

(س) إذا كانت $f(x)$ دالة حدودية وكان بيان $f(x)$ يمر بالنقطة $(1, -2)$ فاوجد

$$\lim_{x \to 1} \frac{(\sqrt{x+8} - 3)\cot(x-1)}{(f(x))^3} \ ?$$

الحـــــــــــــــل

$\because$ حدودية فهي متصلة علي R $\therefore$ متصلة عند النقطة $(1, -2)$ $\Leftarrow$ $-2 = f(1) = \lim_{x \to 1} f(x)$

$$\therefore \lim_{x \to 1} \frac{\sqrt{x+8}-3}{\tan(x-1)} \times \frac{1}{\lim_{x \to 1}(f(x))^3} = \lim_{x \to 1} \frac{\sqrt{x+8}-3}{\tan(x-1)} \times \frac{1}{(-2)^3} = \frac{-1}{8} \times \lim_{x \to 1} \frac{\sqrt{x+8}-3}{\tan(x-1)} \times \frac{\sqrt{x+8}+3}{\sqrt{x+8}+3} =$$
$$\frac{-1}{8} \lim_{x \to 1} \frac{x-1}{\tan(x-1)} = \frac{-1}{8} \lim_{y \to 0} \frac{y}{\tan y} = \frac{-1}{8}$$

$\boxed{y = x - 1, x \to 1 \therefore y \to 0}$

(س) لتكن $|f(x) - \sin 3x^2| < 3x^4$ في جوار منقوص للعدد 0 فاوجد

$$\lim_{x \to 0} \frac{f(x)}{x^2} \ ?$$

الحـــــــــــــــل

$$-3x^4 < f(x) - \sin 3x^2 < 3x^4 \qquad (+\sin 3x^2) \Rightarrow -3x^4 + \sin 3x^2 < f(x) < 3x^4 + \sin 3x^2 \ (\div x^2)$$

$$\Rightarrow -3x^2 + \frac{\sin 3x^2}{x^2} < f(x) < 3x^2 + \frac{\sin 3x^2}{x^2} \Rightarrow \lim_{x \to 0} -3x^2 + \lim_{y \to 0} \frac{\tan 3y}{y} = 3, \lim_{x \to 0} 3x^2 + \lim_{y \to 0} \frac{\tan 3y}{y} = 3$$

بفرض $\boxed{y = x^2 \Leftarrow (\therefore y \to 0 \ \ x \to 0)}$

(س) إذا كانت $f(x)$ متصلة عند $x = 1$ وكانت $f(1) = 4$ فأوجد a, b, c حيث :

$$f(x) = \begin{cases} ax^2 + bx + 2c & : x > 1 \\ 2a - 3b - c & : x = 1 \\ 3ax^2 + 2b - c & : x < 1 \end{cases}$$

الحـــــــــــــــــل

$2a - 3b - 3$

$3ax^2 + 2b - c \quad \uparrow \quad ax^2 + bx + 2c$

1

$lim_{x \to 1^+} f(x) = lim_{x \to 1^-} f(x) = f(1) = 4 \leftarrow$ x=1 الدالة f متصلة عند $\because$

$lim_{x \to 1^+} (ax^2 + bx + 2c) = 4$

$lim_{x \to 1^-} (3ax^2 + 2b - c) = 4$

f(1)=4

$a + b + 2c = 4 \quad \to (1)$

$3a + 2b - c = 4 \quad \to (2)$

بعد ضرب رقم 2 في العدد 2

$6a + 4b - 2c = 8 \quad \to (5)$

$-2a \pm 3b \pm c = \mp 4 \quad \to (3)$

$7a + 5b = 12 \quad \to (6)$

$a + 5b + 0 = 0 \quad \to (4)$

$-a \mp 5b + 0 = 0 \quad \to (4)$

$6a = 12 \quad \to a = 2$

بالتعويض في رقم 4

$2 + 5b = 0 \to b = \frac{-2}{5}$

بالتعويض في رقم 2

$6 + 2\left(-\frac{2}{5}\right) - c = 4$

$6 - \frac{4}{5} - c = 4 \quad \to c = 1.2$

(س) أوجد نهاية الدوال التالية :

$(i) \quad lim_{x \to 0} \left(\frac{x^2}{3} - x\right) \cot x$

الحـــــــــــــــــل

$lim_{x \to 0} \left(\frac{x^2}{3} - x\right) \cot x = lim_{x \to 0} \left(\frac{x^2 \cot x}{3} + x \cot x\right)$

مع تحياتي......أ.هلال حسين

$$= \lim_{x\to0}\left(\frac{x^2}{3\tan x}-\frac{x}{\tan x}\right) = \lim_{x\to0}\frac{x}{3\tan x}.x - \lim_{x\to0}\frac{x}{\tan x} = \frac{1}{3}\times 0 - 1 = 0-1 = -1$$

$$(ii)\ \lim_{x\to2}\frac{x^2-2x}{\sqrt{x+2}-2}$$

الحـــــــــــل

$$\lim_{x\to2}\frac{(x^2-2x)}{\sqrt{x+2}-2}\times\frac{\sqrt{x+2}+2}{\sqrt{x+2}+2} = \lim_{x\to2}\frac{x(x-2)(\sqrt{x+2}+2)}{x+2-4}$$

$$\lim_{x\to2}x(\sqrt{x+2}+2) = 2(\sqrt{4}+2) = 2(2+2) = 8$$

$$(iii)\ \lim_{x\to0}\frac{\sqrt{1+\tan x}-\sqrt{1-\tan x}}{3x}$$

الحـــــــــــل

$$\lim_{x\to0}\frac{\sqrt{1+\tan x}-\sqrt{1-\tan x}}{3x}\times\frac{\sqrt{1+\tan x}+\sqrt{1-\tan x}}{\sqrt{1+\tan x}+\sqrt{1-\tan x}}$$

$$\lim_{x\to0}\frac{1+\tan x-1+\tan x}{3x(\sqrt{1+\tan x}+\sqrt{1-\tan x})} = \lim_{x\to0}\frac{2\tan x}{3x}\times\frac{1}{\sqrt{1+\tan x}+\sqrt{1-\tan x}}$$

$$= \frac{2}{3}\times\frac{1}{\sqrt{1}+\sqrt{1}} = \frac{1}{3}$$

***مستوي مرتفع :**

أوجد

$$\lim_{x\ln x\to\ln 5}\frac{4^x-25}{2^{2x}-2^{x+2}-5}$$

الحـــــــــــل

$\ln 2^x \to \ln 5 \quad \therefore 2^x \to 5$

$$\lim_{\ln 2^x\to\ln 5}\frac{(2^x-5)(2^x+5)}{(2^x)^2-4\times2^x-5}$$

$$\lim_{2^x\to5}\frac{(2^x-5)(2^x+5)}{(2^x-5)(2^x+1)} = \frac{5+5}{5+1} = \frac{10}{6} = \frac{5}{3}$$

مع تحياتي......أ.هلال حسين