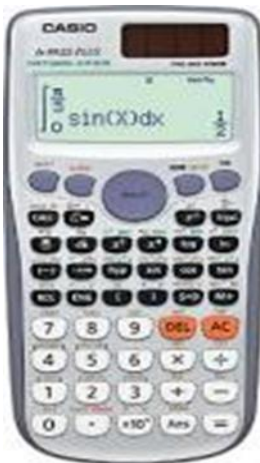




مجلس أبوظبي للتعليم
Abu Dhabi Education Council
التعليم أولاً Education First

مجلس أبوظبي للتعليم مكتب العين التعليمي

الفصل الدراسي الأول



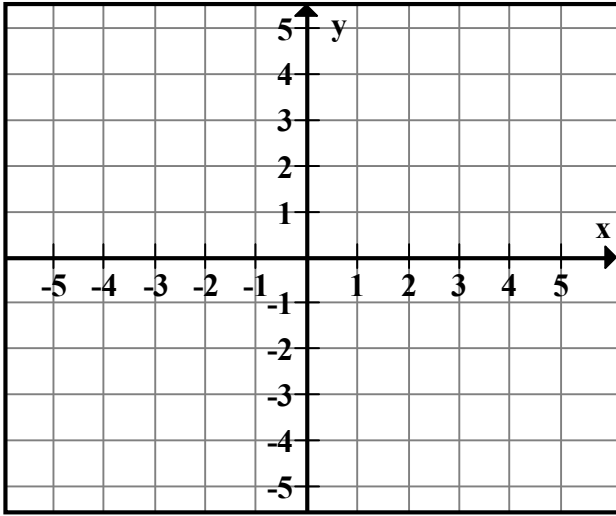
الصف الثاني عشر الأدبي

اسم الطالب :

امتحان 2014/ 2015 م

$$f(x) = \begin{cases} 2x - 3 & , x \geq 2 \\ 2 & , x < 2 \end{cases}$$

(1) ارسم بيان الدالة التالية :



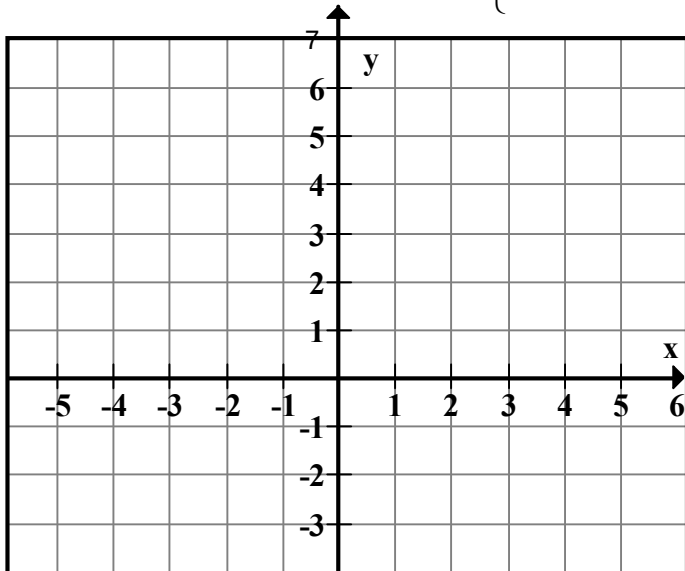
x			
y			

x			
y			

إعادة 2010/2011 م

$$f(x) = \begin{cases} 2x + 1 & , x > 1 \\ 4 & , x \leq 1 \end{cases}$$

(1) ارسم بيان الدالة التالية :



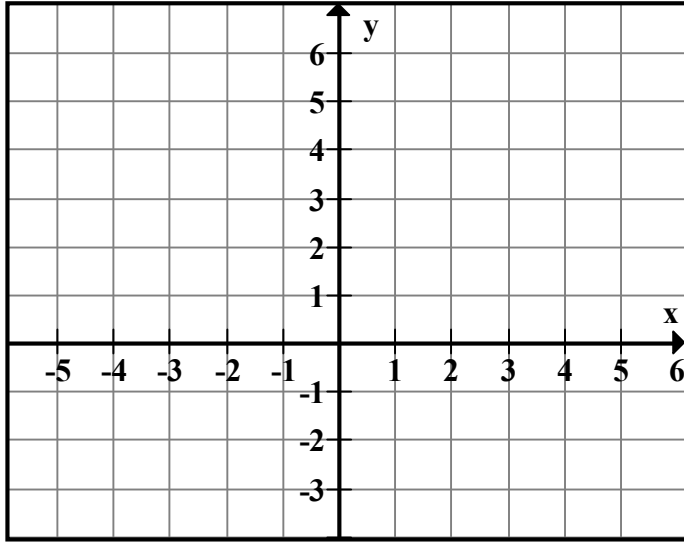
x			
y			

x			
y			

امتحان 2010/2009 م

$$f(x) = \begin{cases} 2 \\ x+1 \end{cases}$$

(2) ارسم بيان الدالة :
 $x \leq 1$
 $x > 1$



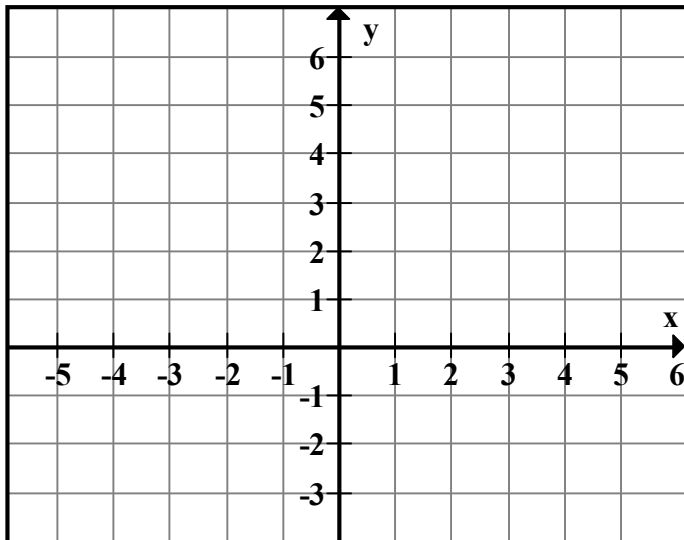
x			
y			

x			
y			

إعادة 2010/2009 م

$$f(x) = \begin{cases} 2-x \\ 3x \end{cases}$$

(3) ارسم بيان الدالة :
 $x > 1$
 $x \leq 1$

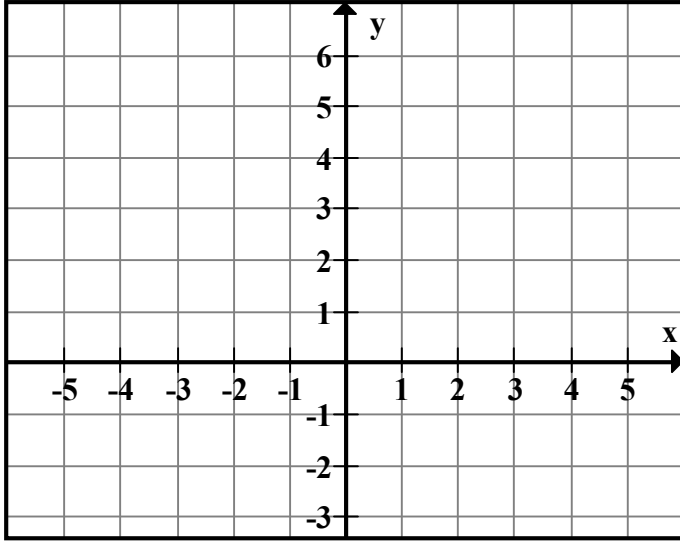


x			
y			

x			
y			

نموذج 2010/2009 م

$$(4) \text{ ارسم بيان الدالة : } f(x) = \begin{cases} 2x - 1 & , x < 1 \\ x & , x \geq 1 \end{cases}$$



.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

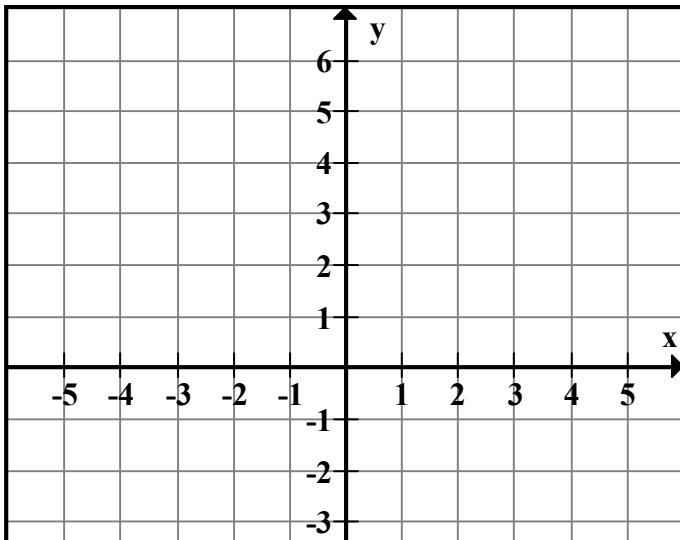
.....

.....

.....

نموذج 2010/2009 م

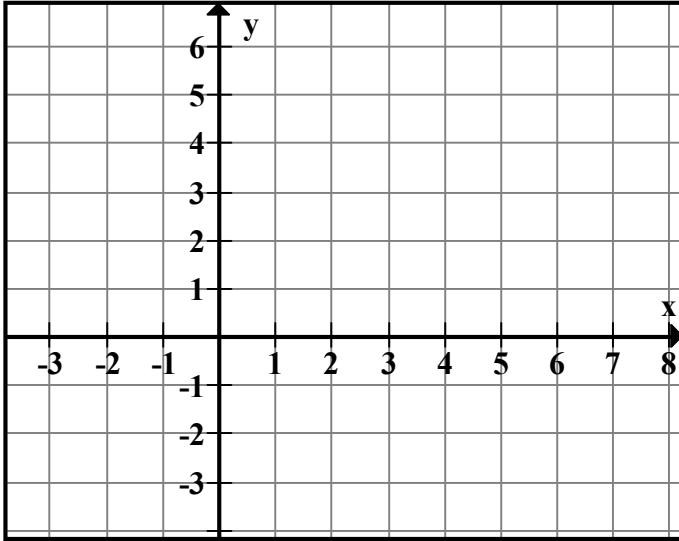
$$(5) \text{ ارسم بيان الدالة : } f(x) = \begin{cases} 2x - 1 & , x \geq 1 \\ 4 & , x < 1 \end{cases}$$



x			
y			

x			
y			

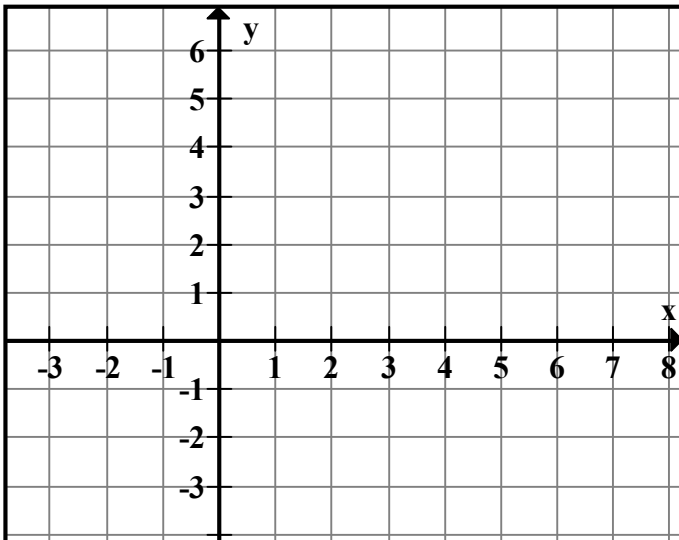
(6) ارسم بيان الدالة : $f(x) = \begin{cases} x+1, & x \geq 2 \\ 4, & x < 2 \end{cases}$



x			
y			

x			
y			

(7) ارسم بيان الدالة : $f(x) = \begin{cases} x, & x \geq 1 \\ 1-x, & x < 1 \end{cases}$

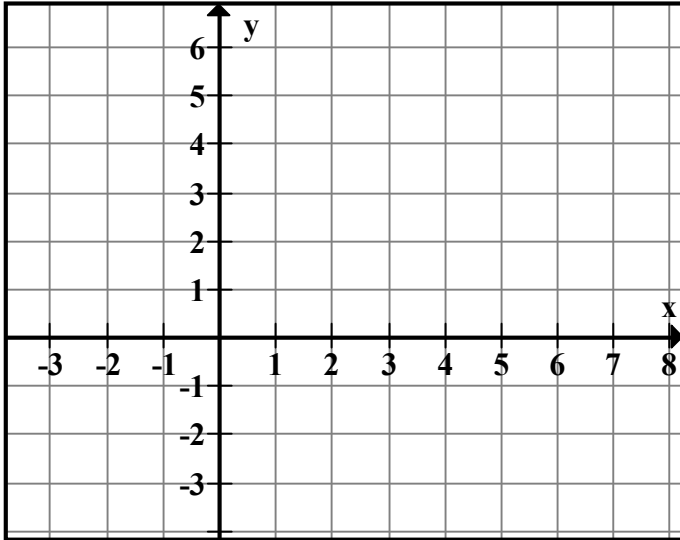


x			
y			

x			
y			

امتحان 2008/2007 م

(8) ارسم بيان الدالة : $f(x) = \begin{cases} 4-x & , x \leq 2 \\ x & , x > 2 \end{cases}$

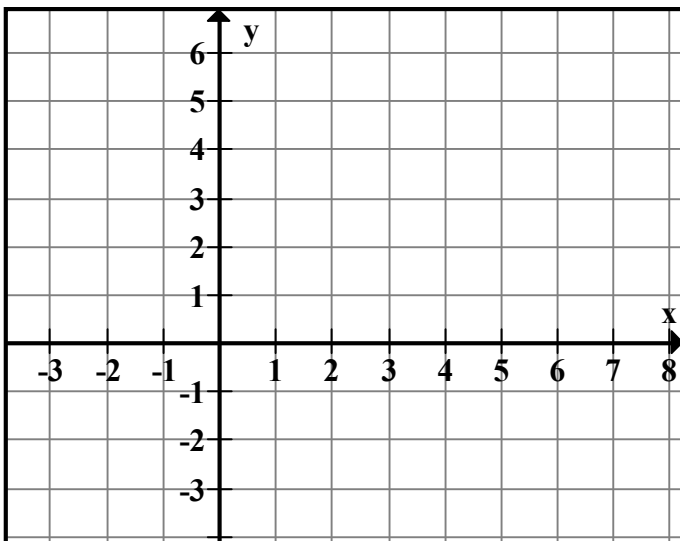


x			
y			

x			
y			

إعادة 2008/2007 م

(9) ارسم بيان الدالة : $f(x) = \begin{cases} 2x-1 & , x > 2 \\ x+1 & , x \leq 2 \end{cases}$



x			
y			

x			
y			

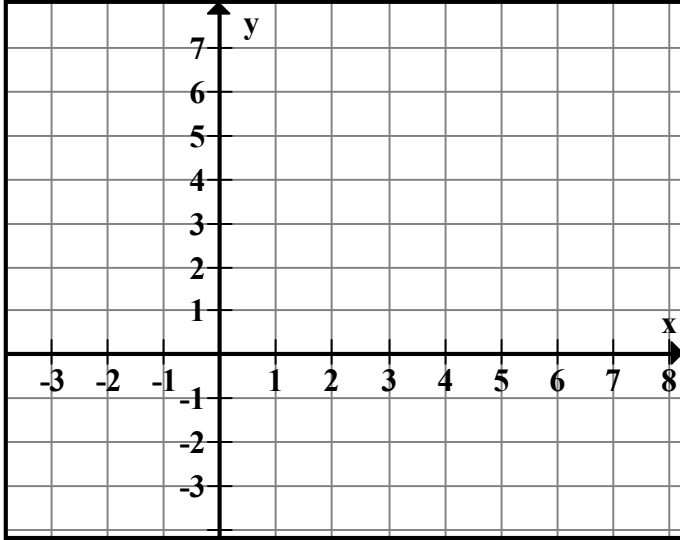
امتحان 2007/2006 م

$$f(x) = \begin{cases} 6 & , x \geq 2 \\ 3x - 3 & , x < 2 \end{cases}$$

$$, x \geq 2$$

$$, x < 2$$

(10) ارسم بيان الدالة :



x			
y			

x			
y			

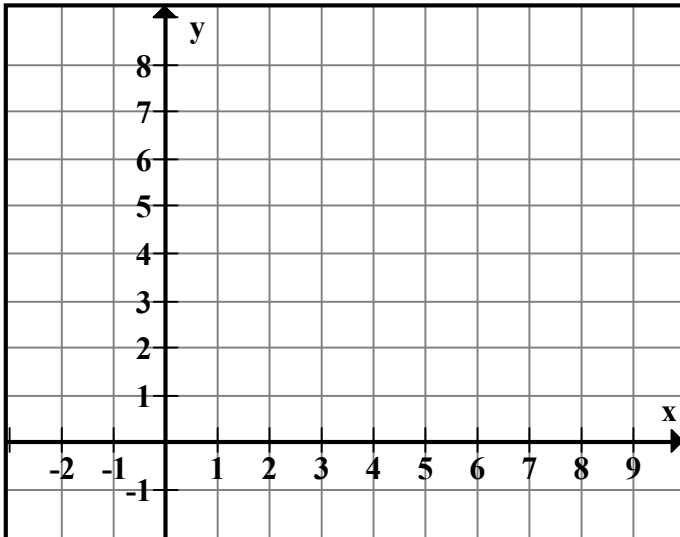
إعادة 2007/2006 م

$$f(x) = \begin{cases} 8 - x & , x \geq 1 \\ 3x & , x < 1 \end{cases}$$

$$, x \geq 1$$

$$, x < 1$$

(11) ارسم بيان الدالة :

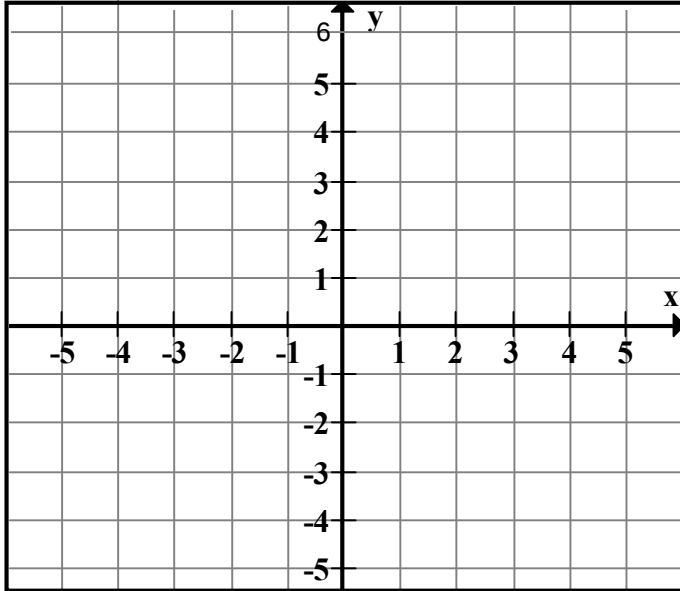


x			
y			

x			
y			

$$f(x) = \begin{cases} 3x \\ x+1 \end{cases}$$

(12) ارسم بيان الدالة :
 $x \leq 1$,
 $x > 1$,

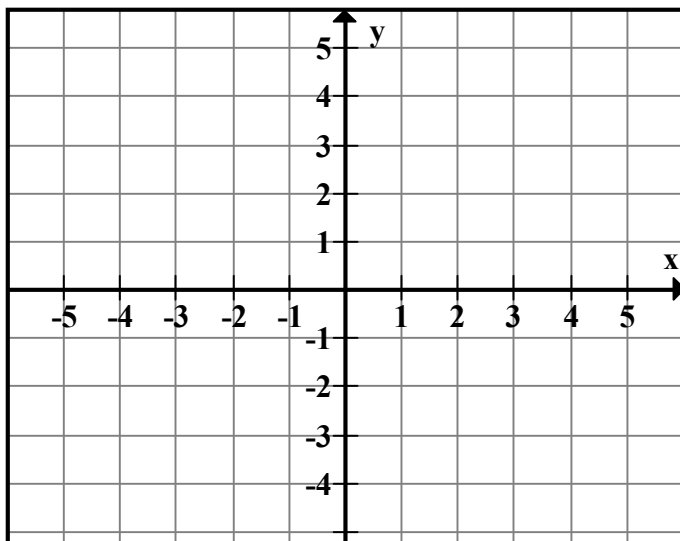


x			
y			

x			
y			

$$f(x) = \begin{cases} 4 \\ 2x-3 \end{cases}$$

(13) ارسم بيان الدالة :
 $x \geq 3$,
 $x < 3$,

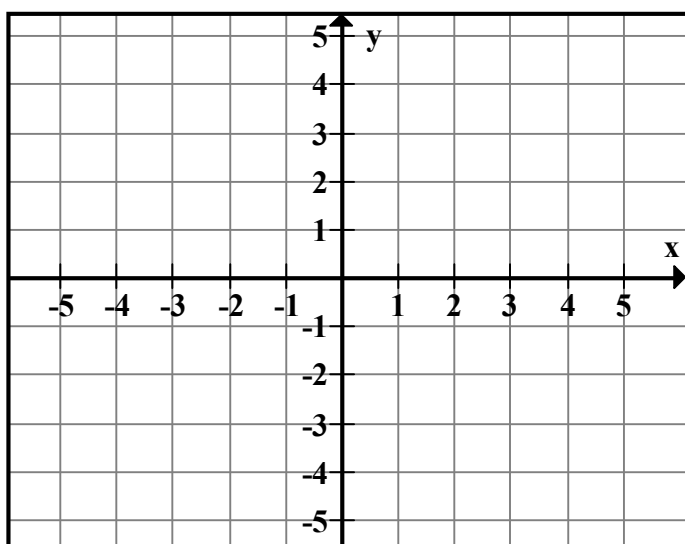


x			
y			

x			
y			

$$f(x) = \begin{cases} 2x \\ x-1 \end{cases}$$

(14) ارسم بيان الدالة :
 $x \geq 1$
 $x < 1$

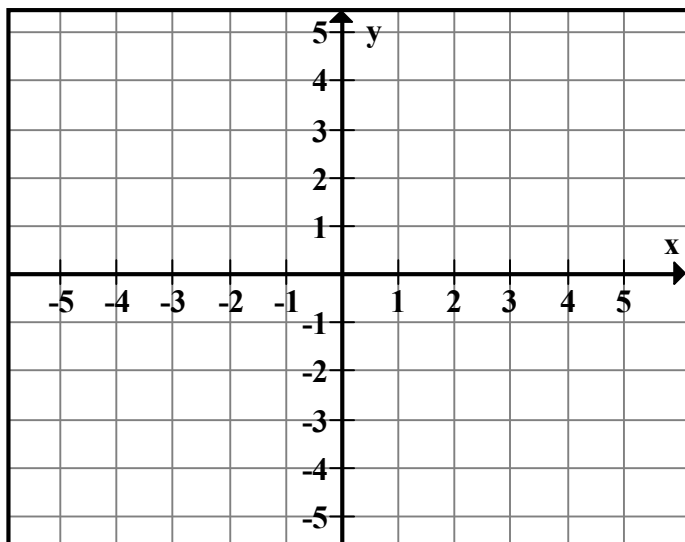


x			
y			

x			
y			

$$f(x) = \begin{cases} 3 \\ x+2 \end{cases}$$

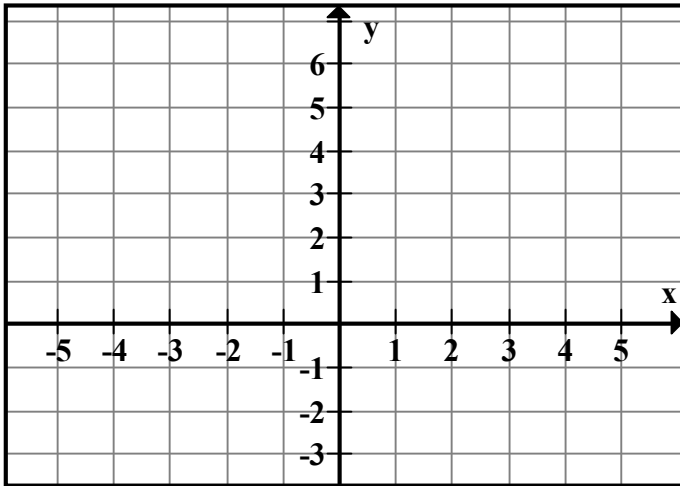
(15) ارسم بيان الدالة :
 $x \leq 0$
 $x > 0$



x			
y			

x			
y			

$$f(x) = \begin{cases} 1 - x^2 & , x \geq 0 \\ x + 2 & , x < 0 \end{cases} \quad (16) \text{ ارسم بيان الدالة :}$$



.....

.....

.....

.....

.....

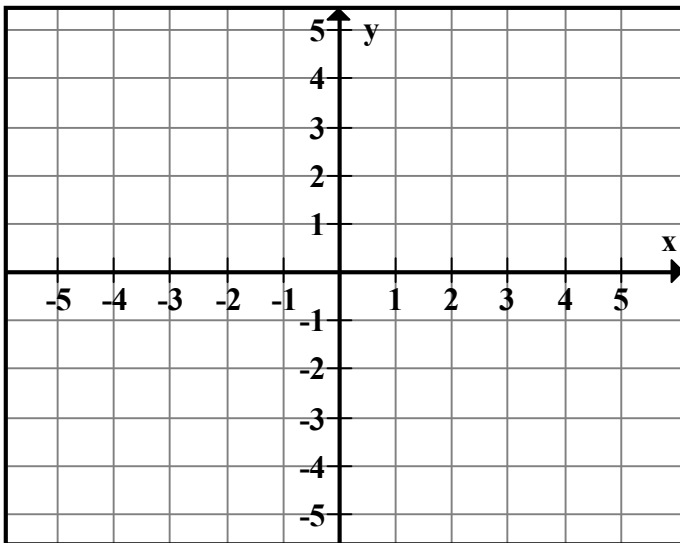
.....

.....

.....

.....

$$f(x) = \begin{cases} x + 2 & , x \leq 3 \\ x & , x > 3 \end{cases} \quad (17) \text{ ارسم بيان الدالة :}$$



.....

.....

.....

.....

.....

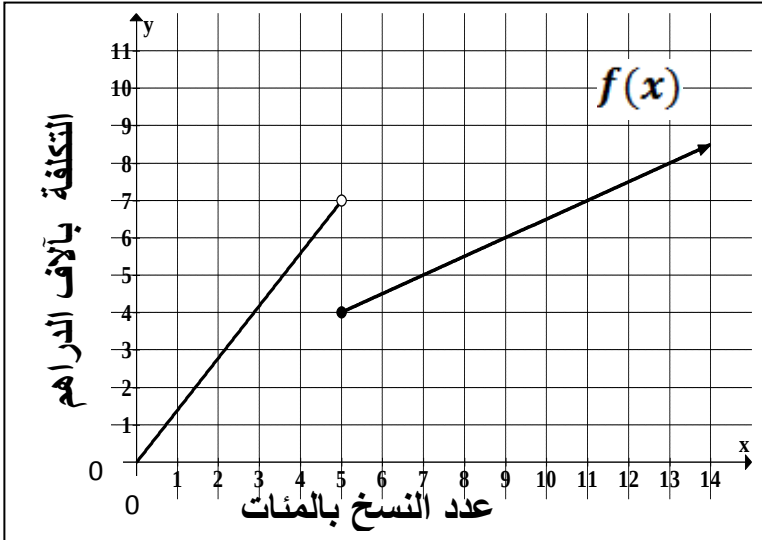
.....

.....

.....

.....

(18) $f(x)$ تمثل دالة التكلفة بآلاف الدراهم لطباعة x نسخة



من كتيب عن انجازات الاتحاد

حيث الشكل المقابل يمثل الدالة $f(x)$

مستعينا بالرسم أوجد:

(2) $f(500) = \dots\dots\dots$

(3) تكلفة طباعة 1300 نسخة من الكتيب

.....

(4) عدد النسخ التي تكلفتها 2000 درهم

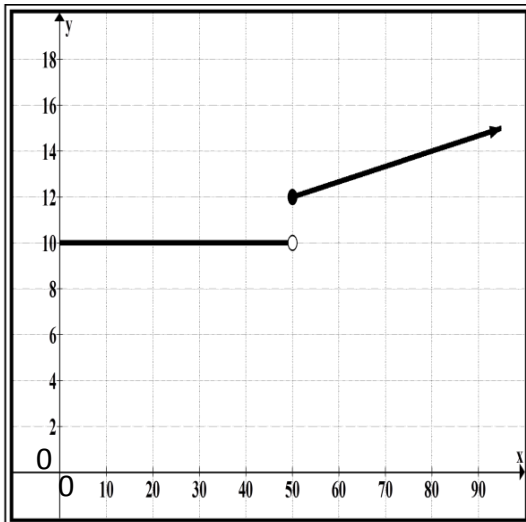
.....

امتحان 2014/ 2015 م

(19)

إذا كان راتب مندوب مبيعات يعمل لدى شركة أدوية يحسب وفق الدالة $y = s(x)$ الموضح بيانها في الشكل

المقابل حيث $s(x)$ بالآلاف درهم ، x صافي عدد العبوات المباعة بالآلاف



مستعينا بالرسم اجب عما يلي :

أوجد إن أمكن كلا مما يلي :

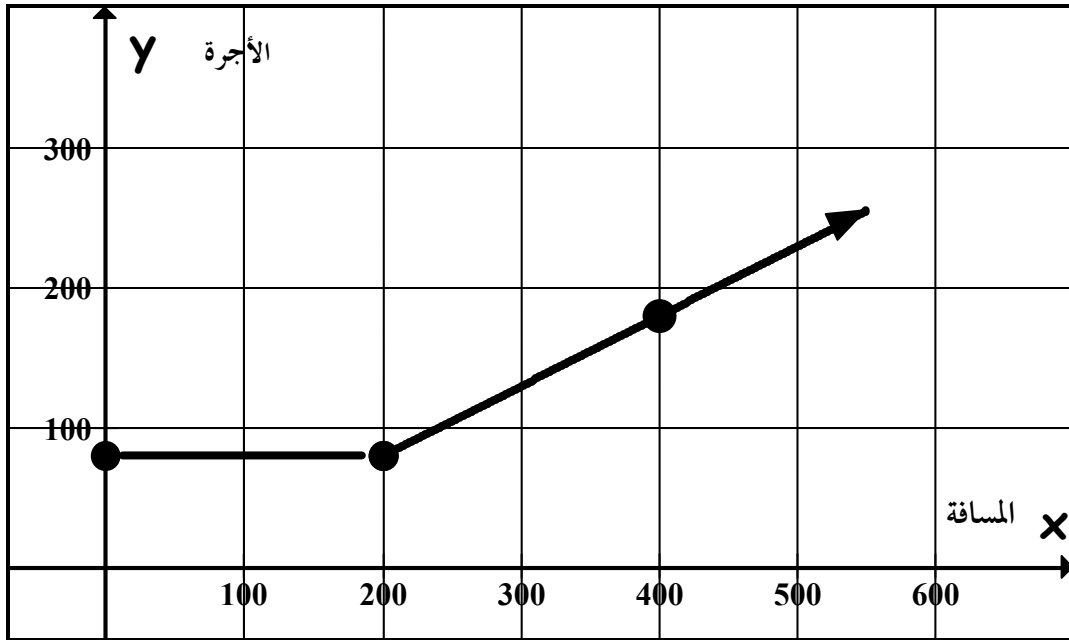
- أوجد أجمالي راتب المندوب إذا كان أجمالي مبيعاته

أقل من 50 ألف عبوة

- أوجد عدد العبوات المباعة إذا كان راتبه الإجمالي 14 ألف درهم

(20) يتقاضى مكتب لتأجير السيارات مبلغ 80 درهماً يومياً كأجرة للسيارة شرط أن تكون المسافة التي يقطعها السيارة أقل من أو تساوي 200km. أما إذا زادت المسافة المقطوعة يومياً عن 200km فإنه يتقاضى مبلغاً إضافياً بواقع نصف درهم عن كل كيلومتر زيادة. فإذا كانت الدالة $f(x)$ تمثل الأجرة اليومية حيث x هي المسافة التي تقطعها السيارة بالكيلومتر وكان الشكل التالي يمثل بيان الدالة $f(x)$ حيث :

$$f(x) = \begin{cases} 80 & : x \leq 200 \\ \frac{1}{2}x - 20 & : x > 200 \end{cases}$$



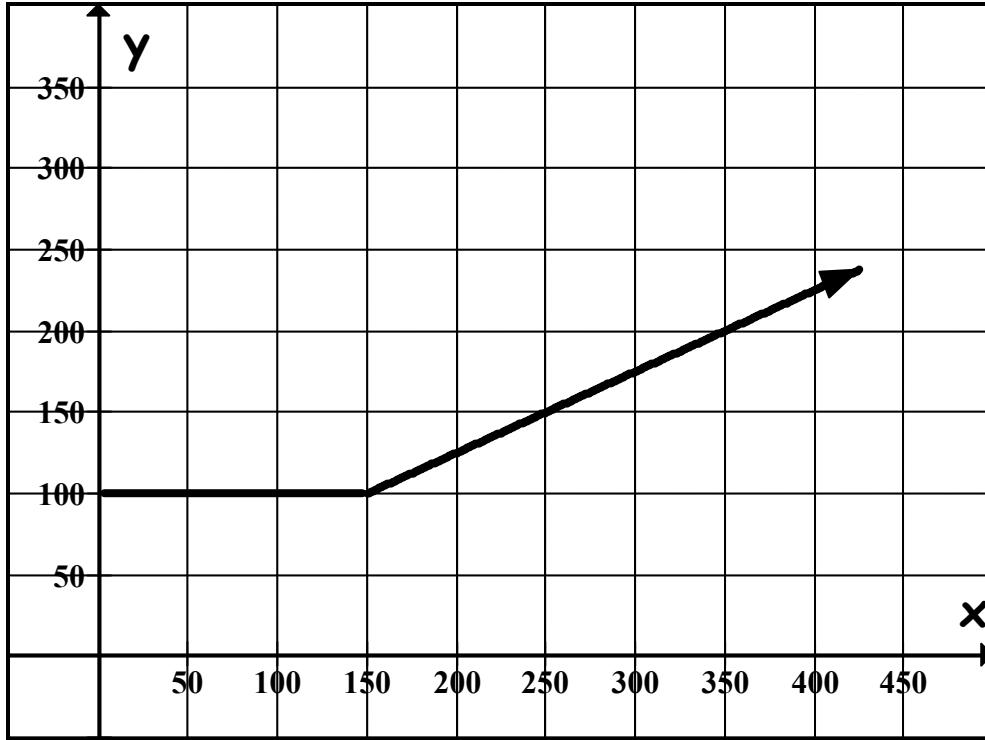
فأوجد من الرسم :

(a) الأجرة اليومية لسيارة مستأجرة قطعت 190km في أحد الأيام ؟

(b) الأجرة اليومية لسيارة مستأجرة قطعت 300km في أحد الأيام ؟

(c) المسافة التي قطعها السيارة في يوم استأجر فيه شخص السيارة ودفع مبلغ 250 درهماً ؟

(21) اعتماداً على الشكل المجاور الذي يمثل بيان الدالة f حيث $f(x)$ دالة الأجرة لشركة شحن للبضائع ، $f(x)$ مقدرة بالدرهم ، x وزن الشحنة بالكيلوجرام ، $x > 0$ فأوجد من الرسم :



(a) الوزن الذي يقابل أجرة مقدارها 150 درهم ؟

.....

(b) الأجرة المستحقة لشحنة وزنها 150 كيلوجرام ؟

.....

(c) الأجرة المستحقة لشحنة وزنها 400 كيلوجرام ؟

.....

(d) أيهما أقل تكلفة أن تقوم بإرسال شحنة وزنها 400 كيلوجرام ، أم شحنتين منفصلتين وزن الأولى 150 كيلوجرام ، ووزن الثانية 250 كيلوجرام ؟

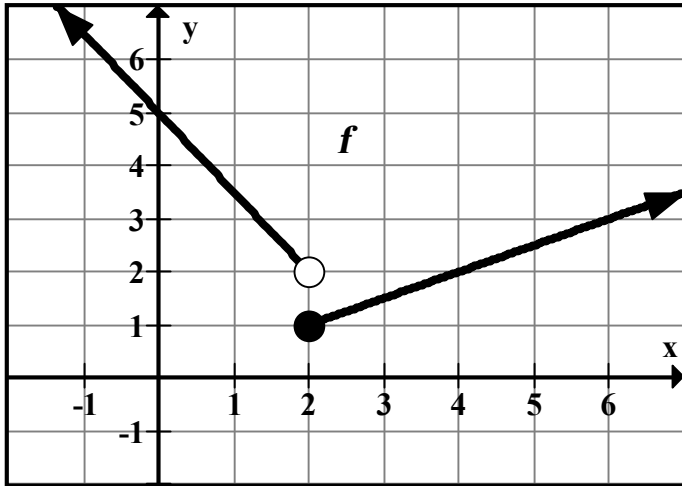
.....

.....

.....

.....

(22) اعتماد على الرسم المجاور الذي يمثل بيان الدالة f أوجد :



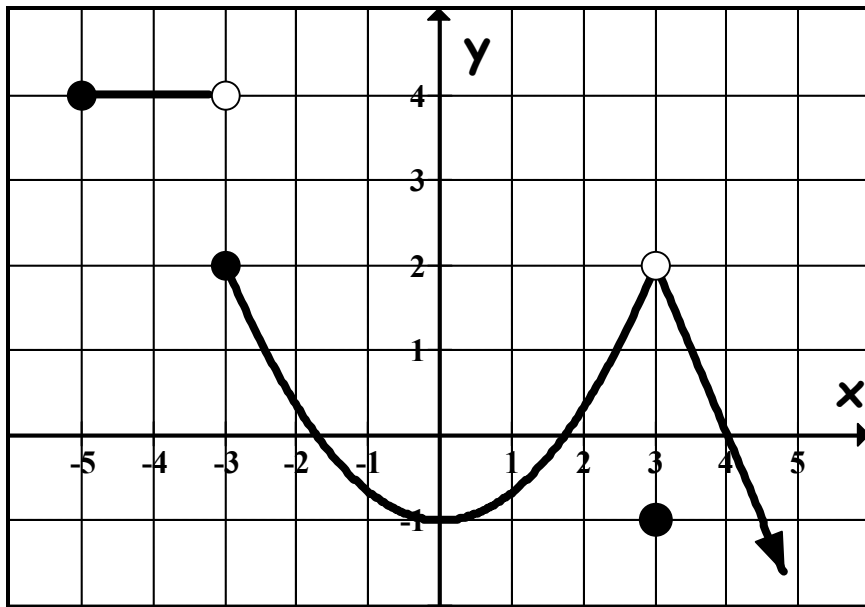
a) $f(2) = \dots\dots\dots$

b) $f(0) = \dots\dots\dots$

d) $f(4) = \dots\dots\dots$

c) $f(2.5) = \dots\dots\dots$

(23) اعتماد على الرسم المجاور الذي يمثل بيان الدالة g أوجد :



$g(3) = \dots\dots\dots$, $g(-3) = \dots\dots\dots$, $g(-4) = \dots\dots\dots$

$g(4) = \dots\dots\dots$, $g(0) = \dots\dots\dots$, $g(-5) = \dots\dots\dots$

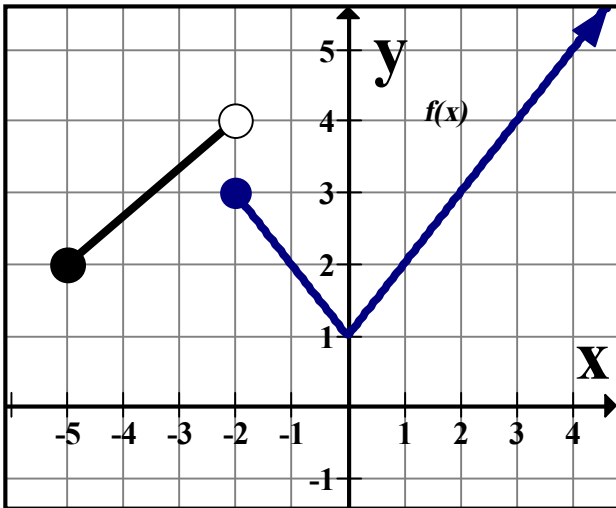
تعريف

إذا كانت $\lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = L$ (حيث $L \in \mathbb{R}$)

فإن $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = L$ موجودة وتكون

إذا كانت $\lim_{x \rightarrow a^-} f(x) \neq \lim_{x \rightarrow a^+} f(x)$ فإن $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$ غير موجودة

الشكل المرسوم جانباً يمثل بيان الدالة $f(x)$ أكمل كلاً مما يأتي بما يناسب لتحصل على عبارة صحيحة :



(1) $f(2) = \dots\dots\dots$

(2) $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = \dots\dots\dots$

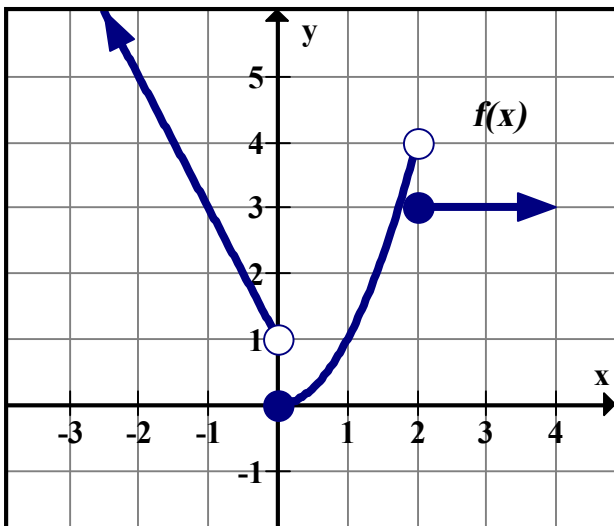
(3) $\lim_{x \rightarrow -2^+} f(x) = \dots\dots\dots$

(4) $\lim_{x \rightarrow -2^-} f(x) = \dots\dots\dots$

(5) إذا كانت $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = 1$

فإن مجموعة قيم a هي

اعتماداً على الشكل المجاور الذي يمثل بيان الدالة f أوجد :



(6) $f(2) = \dots\dots\dots$

(7) $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = \dots\dots\dots$

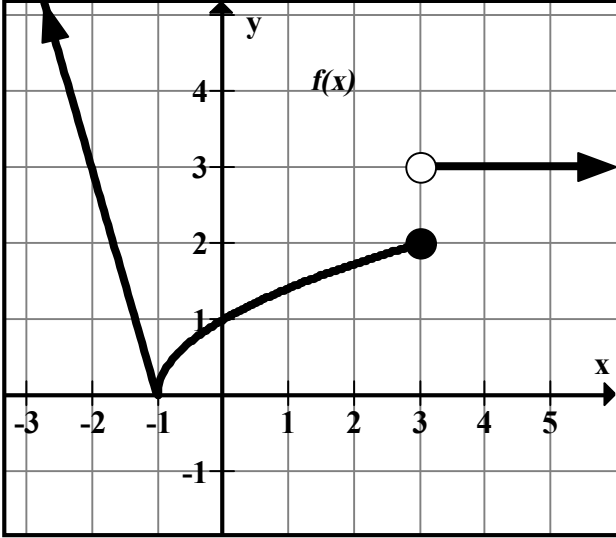
(8) $\lim_{x \rightarrow -1} f(x) = \dots\dots\dots$

(9) $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = \dots\dots\dots$

(10) إذا كانت $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = 4$

فإن مجموعة قيم a هي

اعتمادا على الشكل المجاور الذي يمثل بيان الدالة f أوجد



(11) $\lim_{x \rightarrow 4} f(x) = \dots\dots\dots$

(12) $\lim_{x \rightarrow -1} f(x) = \dots\dots\dots$

(13) $\lim_{x \rightarrow 3} f(x) = \dots\dots\dots$

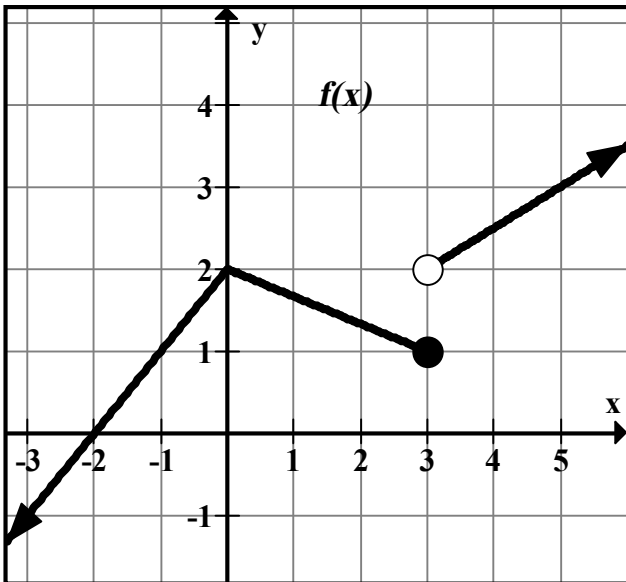
(14) $\lim_{x \rightarrow 0} (3f(x) - 2x + 4) = \dots\dots\dots$

(15) $f(3) = \dots\dots\dots$

(16) إذا كانت $\lim_{x \rightarrow 1} g(x) = 3$ أوجد

$\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{3x^2}{g(x)} + 2 \right) = \dots\dots\dots$

اعتمادا على الشكل المجاور الذي يمثل بيان الدالة f أوجد



(17) $f(3) = \dots\dots\dots$

(18) $\lim_{x \rightarrow 3} f(x) = \dots\dots\dots$

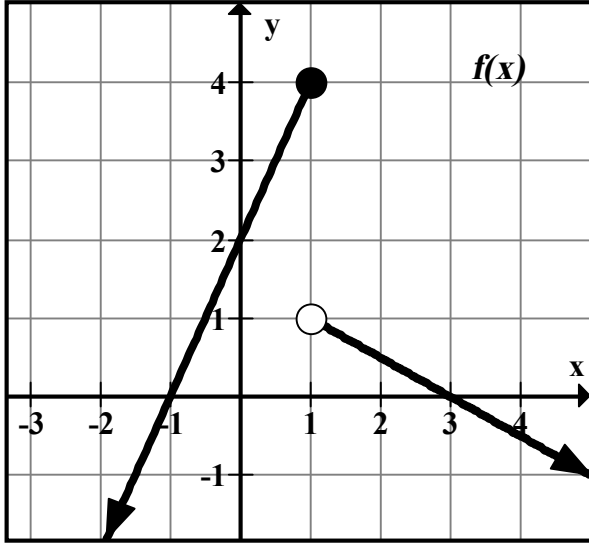
(19) $\lim_{x \rightarrow -1} (f(x) + 2) = \dots\dots\dots$

(20) $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = \dots\dots\dots$

(21) $\lim_{x \rightarrow -2} f(x) = \dots\dots\dots$

(22) إذا كانت $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = 1$

فإن مجموعة قيم a هي



اعتمادا على الشكل المجاور الذي يمثل بيان الدالة f أوجد

(23) $f(1) = \dots\dots\dots$

(24) $f(0) = \dots\dots\dots$

(25) $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = \dots\dots\dots$

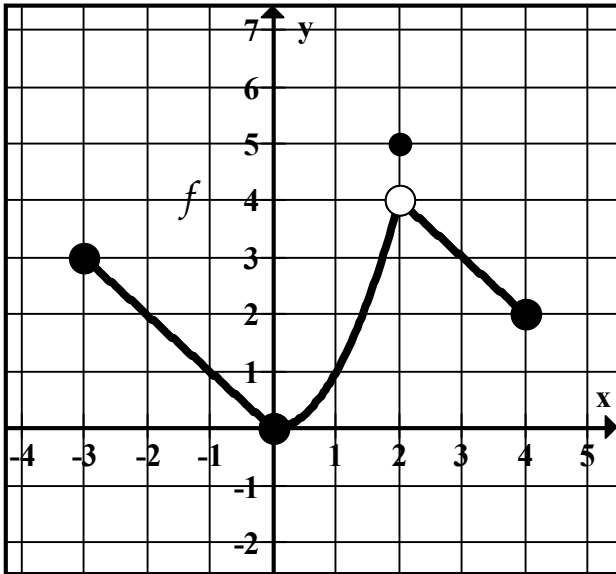
(26) $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = \dots\dots\dots$

(27) $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = \dots\dots\dots$

(28) $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = 0$ إذا كانت :

فإن مجموعة قيم a هي

اعتمادا على الشكل المجاور الذي يمثل بيان الدالة f أوجد



(29) $f(2) = \dots\dots\dots$

(30) $f(0) = \dots\dots\dots$

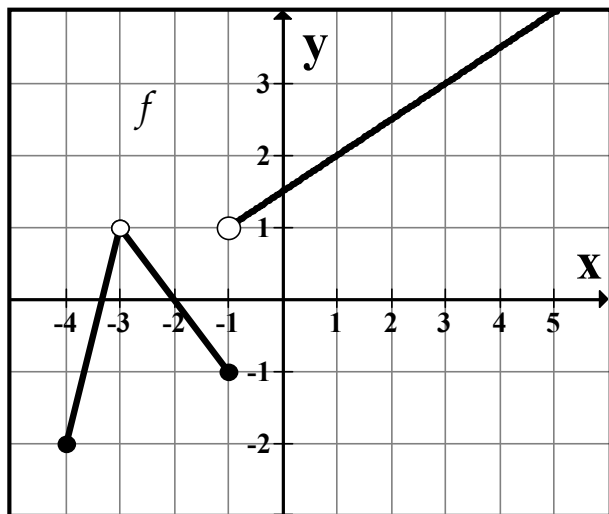
(31) $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = \dots\dots\dots$

(32) $\lim_{x \rightarrow 1} 3(f(x) + 1) = \dots\dots\dots$

(33) $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = 1$ هي : مجموعة قيم a التي عندها

.....

اعتمادا على الشكل المجاور الذي يمثل بيان الدالة f أوجد



(34) $\lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) = \dots\dots\dots$

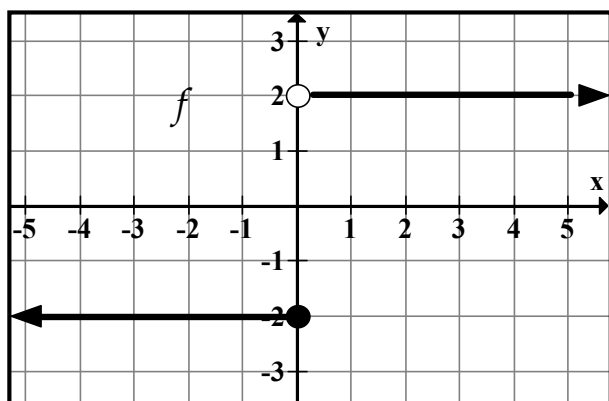
(35) $\lim_{x \rightarrow -3} f(x) = \dots\dots\dots$

(36) $\lim_{x \rightarrow -1} f(x) = \dots\dots\dots$

(37) $\lim_{x \rightarrow 1} 3(f(x) + 1) = \dots\dots\dots$

(38) مجموعة قيم a التي عندها $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = 2$ هي :
.....

اعتمادا على الشكل المجاور الذي يمثل بيان الدالة f أوجد



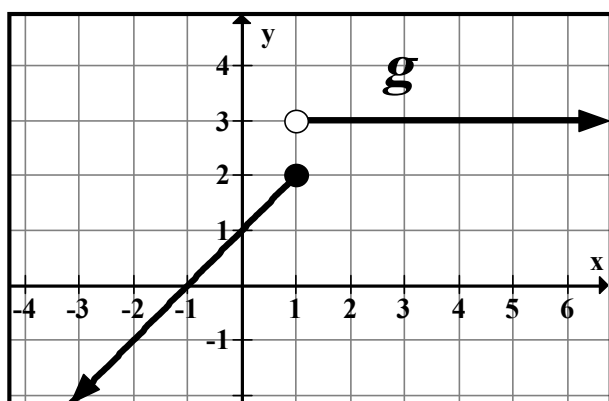
(39) $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \dots\dots\dots$

(40) $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \dots\dots\dots$

(41) $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = \dots\dots\dots$

(42) $\lim_{x \rightarrow 3} f(x) = \dots\dots\dots$

اعتمادا على الشكل المجاور الذي يمثل بيان الدالة g أوجد

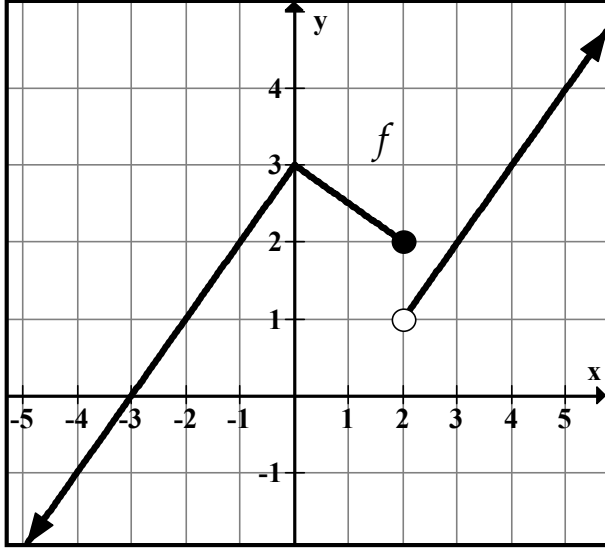


(43) $g(1) = \dots\dots\dots$

(44) $\lim_{x \rightarrow 1} g(x) = \dots\dots\dots$

(45) $\lim_{x \rightarrow -2} (3 + g(x)) = \dots\dots\dots$

(46) مجموعة قيم a التي عندها $\lim_{x \rightarrow a} g(x) = 0$ هي :
.....



اعتمادا على الشكل المجاور الذي يمثل بيان الدالة f أوجد

(47) $f(2) = \dots\dots\dots$

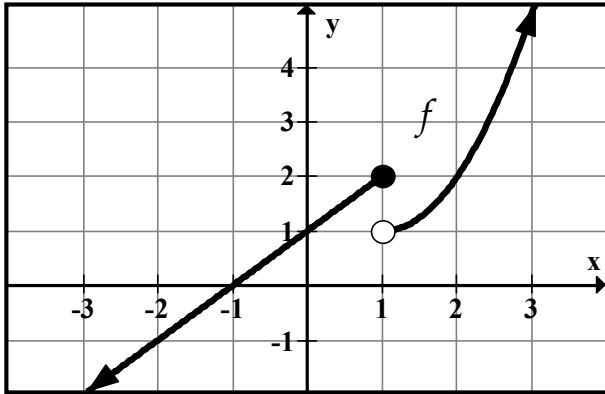
(48) $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = \dots\dots\dots$

(49) $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = \dots\dots\dots$

(50) $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = \dots\dots\dots$

(51) $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = \dots\dots\dots$

(52) $\lim_{x \rightarrow 4} f(x) = \dots\dots\dots$



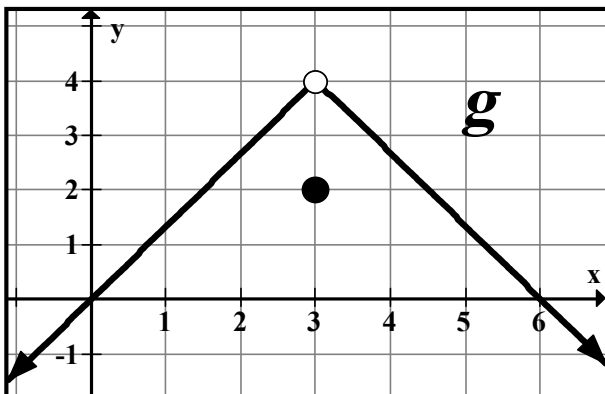
اعتمادا على الشكل المجاور الذي يمثل بيان الدالة f أوجد

(53) $f(1) = \dots\dots\dots$

(54) $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = \dots\dots\dots$

(55) $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = \dots\dots\dots$

(56) $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = \dots\dots\dots$



اعتمادا على الشكل المجاور الذي يمثل بيان الدالة g أوجد

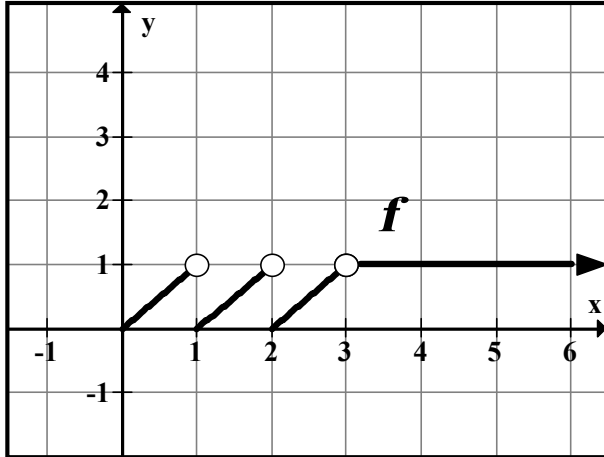
(57) $g(3) = \dots\dots\dots$

(58) $\lim_{x \rightarrow 3} g(x) = \dots\dots\dots$

(59) $\lim_{x \rightarrow 0} g(x) = \dots\dots\dots$

(60) $\lim_{x \rightarrow 6^-} g(x) = \dots\dots\dots$

اعتمادا على الشكل المجاور الذي يمثل بيان الدالة f أوجد



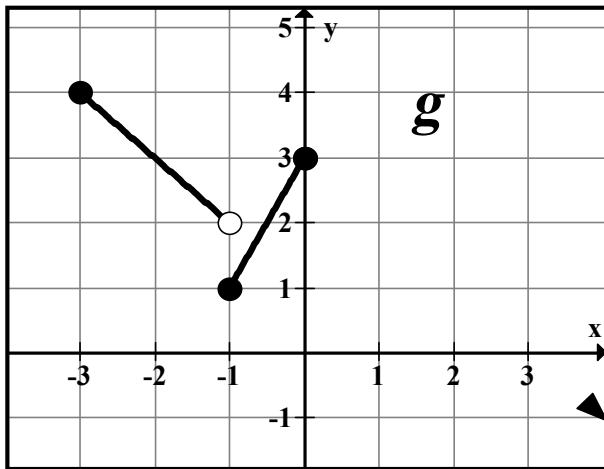
(61) $f(1) = \dots\dots\dots$

(62) $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = \dots\dots\dots$

(63) $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = \dots\dots\dots$

(64) $\lim_{x \rightarrow 1.5} f(x) = \dots\dots\dots$

اعتمادا على الشكل المجاور الذي يمثل بيان الدالة g أوجد



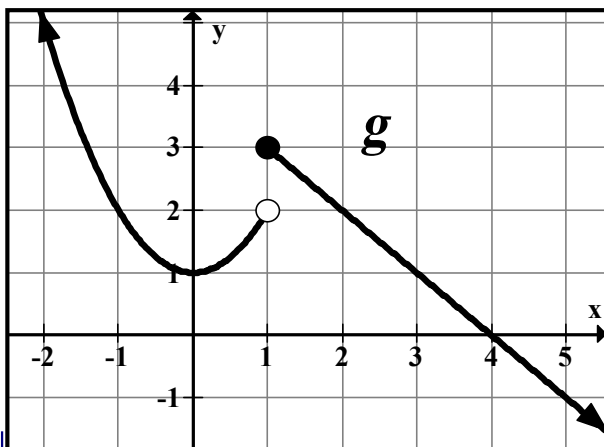
(65) $g(-1) = \dots\dots\dots$

(66) $\lim_{x \rightarrow -1} g(x) = \dots\dots\dots$

(67) $\lim_{x \rightarrow 0} g(x) = \dots\dots\dots$

(68) مجموعة قيم b التي عندها $\lim_{x \rightarrow b} g(x) = 0$ هي :

اعتمادا على الشكل المجاور الذي يمثل بيان الدالة g أوجد



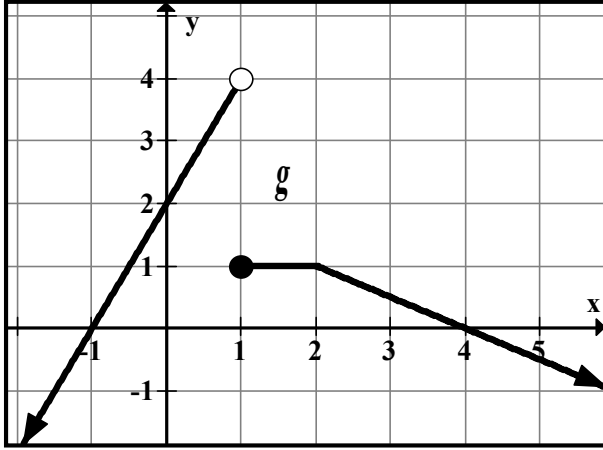
(69) $g(0) = \dots\dots\dots$

(70) $\lim_{x \rightarrow 1} g(x) = \dots\dots\dots$

(71) $\lim_{x \rightarrow 4} g(x) = \dots\dots\dots$

(72) $\lim_{x \rightarrow 0} g(x) = \dots\dots\dots$

اعتمادا على الشكل المجاور الذي يمثل بيان الدالة g أوجد



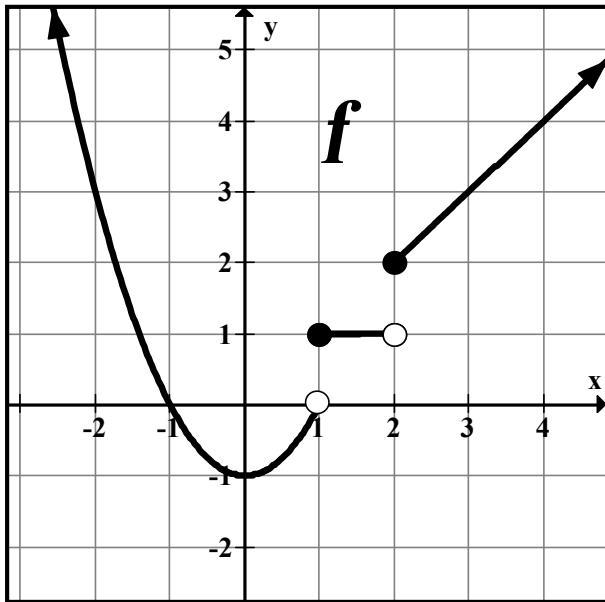
(73) $g(1) = \dots\dots\dots$

(74) $\lim_{x \rightarrow 2} g(x) = \dots\dots\dots$

(75) $\lim_{x \rightarrow -1} g(x) = \dots\dots\dots$

(76) $\lim_{x \rightarrow 1} g(x) = \dots\dots\dots$

اعتمادا على الشكل المجاور الذي يمثل بيان الدالة f أوجد



(77) $f(1) = \dots\dots\dots$

(78) $f(-2) = \dots\dots\dots$

(79) $\lim_{x \rightarrow -1} f(x) = \dots\dots\dots$

(80) $\lim_{x \rightarrow 2} g(x) = \dots\dots\dots$

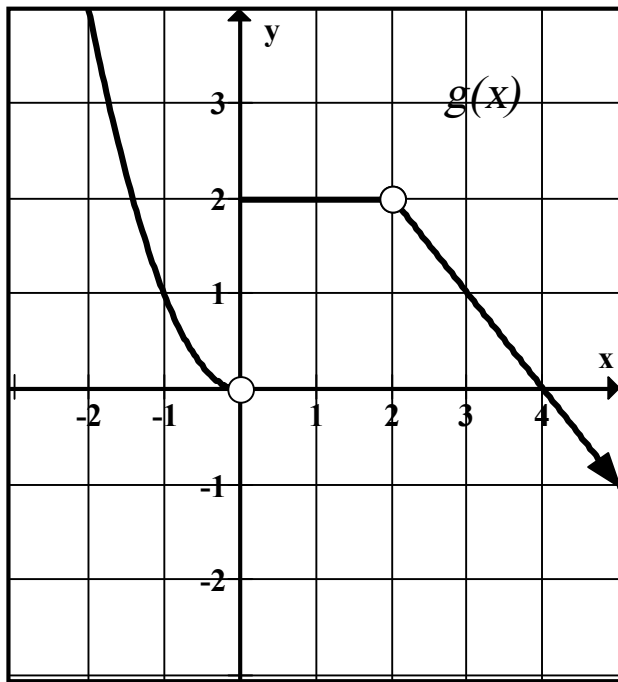
(81) $\lim_{x \rightarrow -2} (4 + f(x)) = \dots\dots\dots$

(82) تكون $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = 0$ عندما $a = \dots\dots\dots$

(83) تكون $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$ غير موجودة عندما $a = \dots\dots\dots$

(84) تكون $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = 3$ عندما $a = \dots\dots\dots$

اعتمادا على الشكل المجاور الذي يمثل بيان الدالة $g(x)$ أوجد :



(1) $g(0) = \dots\dots\dots$

(2) $\lim_{x \rightarrow 0^+} g(x) = \dots\dots\dots$

(3) $\lim_{x \rightarrow 0^-} g(x) = \dots\dots\dots$

(4) $\lim_{x \rightarrow 0} g(x) = \dots\dots\dots$

(5) $\lim_{x \rightarrow 2} g(x) = \dots\dots\dots$

(6) إذا كانت $\lim_{x \rightarrow b} g(x) = 1$ فإن مجموعة قيم b هي

.....

.....

.....

(7) متوسط تغير الدالة $g(x)$ عندما تتغير x من $x_1 = 3$ إلى $x_2 = 4$

.....

.....

.....

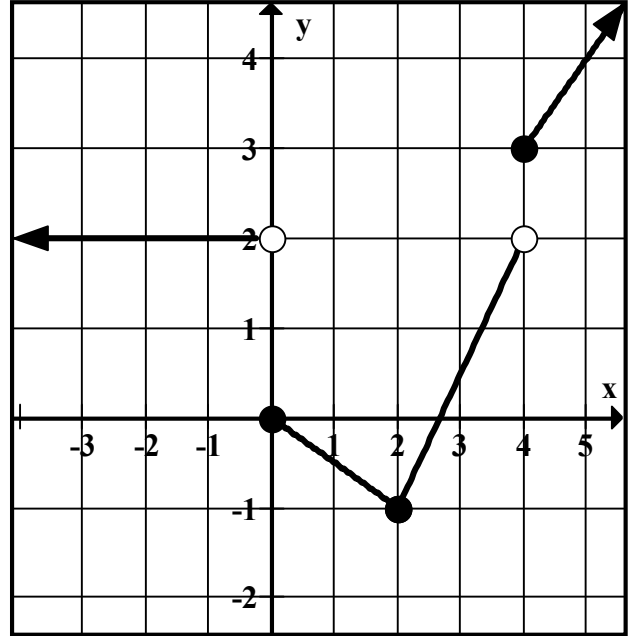
إعادة 2011/2010 م

اعتمادا على الشكل المجاور الذي يمثل بيان الدالة f أوجد :

(8) $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = \dots\dots\dots$

(9) $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \dots\dots\dots$

(10) $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = \dots\dots\dots$

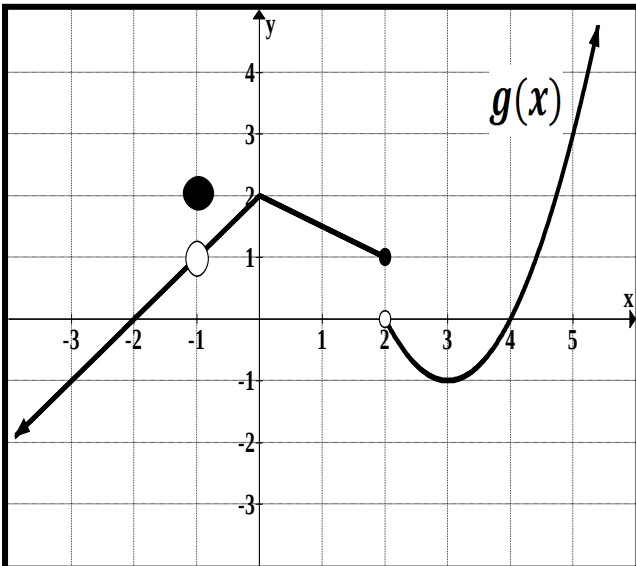


(11) أوجد مجموعة قيم c التي تكون $\lim_{x \rightarrow c} f(x)$ غير موجودة

(12) أوجد مجموعة قيم a التي تكون عندها $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = -1$

امتحان 2015/ 2014 م

اعتمادا على الشكل المقابل الذي يمثل بيان الدالة $g(x)$ أوجد :



2) $\lim_{x \rightarrow -1} g(x) = \dots\dots\dots$

3) $\lim_{x \rightarrow 2^+} g(x) = \dots\dots\dots$

4) $\lim_{x \rightarrow 2} g(x) = \dots\dots\dots$

5) $\lim_{x \rightarrow 5} (g(x) + x) = \dots\dots\dots$

(6) إذا كان $\lim_{x \rightarrow a} g(x) = 0$ فإن إحدى قيم a تساوي

إذا كانت : $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = L$, $\lim_{x \rightarrow a} g(x) = k$ حيث $L, k \in \mathbb{R}$ فإن :

(1) $\lim_{x \rightarrow a} c = c$ حيث c : عدد ثابت

(2) $\lim_{x \rightarrow a} x^n = a^n$ حيث n : عدد صحيح موجب

حيث c : عدد ثابت خطأ! ارتباط غير صالح.

(4) $\lim_{x \rightarrow a} (f(x) \mp g(x)) = \lim_{x \rightarrow a} f(x) \mp \lim_{x \rightarrow a} g(x) = L \mp k$

(5) $\lim_{x \rightarrow a} (f(x) \times g(x)) = \lim_{x \rightarrow a} f(x) \times \lim_{x \rightarrow a} g(x) = L \times k$

(6) $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{\lim_{x \rightarrow a} f(x)}{\lim_{x \rightarrow a} g(x)} = \frac{L}{k} : (k \neq 0)$

حلل كلاً مما يأتي :

(1) $x^2 - 2x = \dots\dots\dots (\dots\dots\dots) \dots\dots\dots$

(2) $x^2 - 9 = \dots\dots\dots (\dots\dots\dots) (\dots\dots\dots) \dots\dots\dots$

(3) $x^2 - 2x + 1 = \dots\dots\dots (\dots\dots\dots) (\dots\dots\dots) \dots\dots\dots$

(4) $x^2 - 5x + 6 = \dots\dots\dots (\dots\dots\dots) (\dots\dots\dots) \dots\dots\dots$

(5) $x^2 - 4x - 5 = \dots\dots\dots (\dots\dots\dots) (\dots\dots\dots) \dots\dots\dots$

(6) $x^2 - 2x - 3 = \dots\dots\dots (\dots\dots\dots) (\dots\dots\dots) \dots\dots\dots$

(7) $x^2 + 6x + 8 = \dots\dots\dots (\dots\dots\dots) (\dots\dots\dots) \dots\dots\dots$

إيجاد النهايات جبرياً

أولاً : بالتعويض المباشر

وفي هذه الحالة يكون ناتج التعويض داخل الدالة عدد حقيقي .

أوجد كلاً من النهايات التالية :

$$(8) \quad \lim_{x \rightarrow 2} (x^2 - 2x + 1) =$$

$$(9) \quad \lim_{x \rightarrow 1} (x^2 + 3) =$$

$$(10) \quad \lim_{x \rightarrow 2} (6 - 3x + x^2) =$$

$$(11) \quad \lim_{x \rightarrow 1} (x^3 + 5x - 3) =$$

$$(12) \quad \lim_{x \rightarrow 2} (x^2 - x + 5) =$$

$$(13) \quad \lim_{x \rightarrow 2} 4(x - 1)(x^2 + 1) =$$

$$(14) \quad \lim_{x \rightarrow 5} \left(9 - \frac{10}{x}\right) =$$

$$(15) \quad \lim_{x \rightarrow 2} \left(5 - \frac{12}{x}\right) =$$

$$(16) \quad \lim_{x \rightarrow 2} \left(7 - \frac{1}{x}\right) =$$

$$(17) \quad \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 + x - 12}{x + 3} =$$

$$(18) \lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2 - 4}{2 - x} =$$

$$(19) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{x + 3} =$$

اما إذا كان الناتج $\frac{\text{صفر}}{\text{صفر}}$ فالنهاية موجودة ولإيجادها نقوم بإحدى الطرق التالية :

• نحلل للعوامل * نختصر المتشابهات * نعوض بدل x التي تبقى .

ثانياً : بالتحليل للعوامل

$$(20) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x - 1}{x^2 - 1} =$$

$$(21) \lim_{x \rightarrow -3} \frac{x^2 + x - 6}{x + 3} =$$

$$(22) \lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^2 - 16}{x - 4} =$$

$$(23) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x - 2}{7x - 14} =$$

أوجد كلاً من النهائات التالية :

$$(24) \quad \lim_{x \rightarrow -3} \frac{x^2 + x - 6}{x + 3} =$$

$$(25) \quad \lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^2 - 16}{x - 4} =$$

$$(26) \quad \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{x - 2} =$$

$$(27) \quad \lim_{x \rightarrow 1} \frac{1 - x}{x - 1} =$$

$$(28) \quad \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 3x}{x - 3} =$$

أوجد كلاً من النهايات التالية :

$$(29) \quad \lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^2 - 16}{x - 4} =$$

$$(30) \quad \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 4x + 3}{x - 3} =$$

$$(31) \quad \lim_{x \rightarrow 5} \frac{x^2 - 25}{2x - 10} =$$

$$(32) \quad \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 + x - 6}{x - 2} =$$

$$(33) \quad \lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2 - 4}{3x + 6} =$$

أوجد كلاً من النهايات التالية :

$$(34) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{x - 1} =$$

$$(35) \lim_{x \rightarrow 5} \frac{x(x-5)}{x^2 - 7x + 10} =$$

$$(36) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{1 - x}{x - 1} =$$

$$(37) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + 5x - 6}{(x - 1)(x^2 + x + 1)} =$$

$$(38) \lim_{x \rightarrow 5} \frac{25 - x^2}{5 - x} =$$

$$(39) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 7x + 6}{x - 1} =$$

أوجد كلاً من النهايات التالية :

$$(40) \quad \lim_{x \rightarrow 3} \left(x^2 - \frac{3}{x} \right) =$$

$$(41) \quad \lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^2 - 16}{x(x - 4)} =$$

$$(42) \quad \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 5x + 6}{x - 2} =$$

$$(43) \quad \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x - 1)(2x - 3)}{x^2 - 1} =$$

$$(44) \quad \lim_{x \rightarrow 2} \frac{3x + 2}{5x - 2} =$$

$$(45) \quad \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 6x + 9}{x - 3} =$$

امتحان 2011/2010 م

أوجد كلاً مما يأتي :

(1) $\lim_{x \rightarrow 1} (x^3 + 2x - 1) =$

.....

.....

(2) $\lim_{x \rightarrow 2} (4 - \frac{2}{x}) =$

.....

.....

(3) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 - x}{x} =$

.....

.....

امتحان 2015 / 2014 م

أوجد كلاً مما يأتي :

(4) $\lim_{x \rightarrow -3} (x + 2)(x^3 + 1) =$

.....

.....

(5) $\lim_{x \rightarrow 6} \frac{x - 6}{x^2 - 36} =$

.....

.....

(6) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3x}{x^2 - x} =$

.....

.....

امتحان 2011/2010 م

$$f(x) = \begin{cases} x^2 & , \quad x \geq 2 \\ 3x - 2 & , \quad x < 2 \end{cases}$$

إذا كانت :

أوجد كلاً مما يأتي :

(7) $\lim_{x \rightarrow 1} f(1) =$.

(8) $\lim_{x \rightarrow 4} f(x) =$

(9) $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) =$

إعادة 2011/2010 م

$$f(x) = \begin{cases} x + 1 & , \quad x > 1 \\ 2x^2 - 4 & , \quad x \leq 1 \end{cases}$$

إذا كانت :

أوجد كلاً مما يأتي :

(10) $f(1) =$.

(11) $\lim_{x \rightarrow 3} f(x) =$

(12) $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) =$

$$g(x) = \begin{cases} 2x+3 & , x < -1 \\ x+5 & , x \geq -1 \end{cases} \quad \text{إذا كانت :}$$

أوجد كلاً مما يأتي :

$$(46) \quad \lim_{x \rightarrow 0} g(x) =$$

$$(47) \quad \lim_{x \rightarrow -1} f(x) =$$

$$(48) \quad \lim_{x \rightarrow 3^-} f(x) = \dots\dots\dots$$

$$(49) \quad \lim_{x \rightarrow -1} f(x) \text{ فسر عدم وجود } \dots\dots\dots$$

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - 7 & , x \geq 4 \\ 2x+3 & , x < 4 \end{cases} \quad \text{إذا كانت :}$$

أوجد إن أمكن

$$(50) \quad \lim_{x \rightarrow 3} f(x) =$$

$$(51) \quad \lim_{x \rightarrow 4} f(x) =$$

$$f(x) = \begin{cases} 3x - 1 & , x > 1 \\ 2x & , x \leq 1 \end{cases} \quad \text{إذا كانت :}$$

فأوجد كلا من :

$$(52) \lim_{x \rightarrow 1} f(x) =$$

$$(53) \lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} f(x) =$$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

$$f(x) = \begin{cases} 3x + 4 & , x \geq 2 \\ x^2 + 6 & , x < 2 \end{cases} \quad \text{إذا كانت :}$$

فأوجد كلا من :

$$(54) \lim_{x \rightarrow 3} f(x) =$$

$$(55) \lim_{x \rightarrow 2} f(x) =$$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

$$f(x) = \begin{cases} x + 2 & , x \leq 3 \\ 3x & , x > 3 \end{cases} \quad \text{إذا كانت :}$$

أوجد كلا مما يلي

$$(56) \lim_{x \rightarrow 0} f(x) = \dots\dots\dots$$

$$(57) \lim_{x \rightarrow 3^+} f(x) = \dots\dots\dots$$

$$(58) \lim_{x \rightarrow 3^-} f(x) = \dots\dots\dots$$

$$(59) \lim_{x \rightarrow 3} f(x) \quad \text{فسر عدم وجود}$$

.....

.....

$$f(x) = \begin{cases} 1 - x^2 & , x \geq 0 \\ x + 2 & , x < 0 \end{cases} \quad \text{إذا كانت :}$$

أوجد إن أمكن :

(60) $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) =$

(61) $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) =$

$$f(x) = \begin{cases} 2x + 3 & , x < -1 \\ x + 5 & , x \geq -1 \end{cases} \quad \text{إذا كانت :}$$

فأوجد كلا من :

(62) $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) =$

(63) $\lim_{x \rightarrow -1} f(x) =$

$$f(x) = \begin{cases} 2x + 3 & , x \geq 1 \\ x + 4 & , x < 1 \end{cases} \quad \text{إذا كانت :}$$

. أوجد إن أمكن

(64) $\lim_{x \rightarrow 3} f(x) =$

(65) $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) =$

$$f(x) = \begin{cases} x^2 & , x < 1 \\ 3x + 1 & , x \geq 1 \end{cases} \quad \text{إذا كانت :}$$

أوجد إن أمكن

(66) $\lim_{x \rightarrow -2} f(x) =$

(67) $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) =$

(68) $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) =$

(69) إذا كانت : $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 6$ فأوجد $\lim_{x \rightarrow 1} (3x - 5 f(x))$

$$f(x) = \begin{cases} x + 5 & , x > \frac{1}{2} \\ 8 - 4x & , x \leq \frac{1}{2} \end{cases} \quad \text{إذا كانت :}$$

أوجد إن أمكن :

(70) $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) =$

(71) $\lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} f(x) =$

$$g(x) = \begin{cases} x^2 - 2, & x \leq 3 \\ 2x + 1, & x > 3 \end{cases} \quad \text{إذا كانت}$$

فأوجد كلاً من

$$(72) \lim_{x \rightarrow 1} g(x) =$$

$$(73) \lim_{x \rightarrow 3} g(x) =$$

$$f(x) = \begin{cases} 2x - 3, & x \leq 2 \\ 1, & x > 2 \end{cases} \quad \text{إذا كانت :}$$

أوجد إن أمكن

$$(74) \lim_{x \rightarrow 2} f(x) =$$

$$(75) \lim_{x \rightarrow 0} f(x) =$$

$$f(x) = \begin{cases} 4x, & x > 2 \\ 3x + 2, & x \leq 2 \end{cases} \quad \text{إذا كانت :}$$

أوجد إن أمكن

$$(76) \lim_{x \rightarrow 2} f(x) =$$

$$(77) \lim_{x \rightarrow -1} f(x) =$$

أوجد:

$$\lim_{x \rightarrow 3} g(x) = -2, \lim_{x \rightarrow 3} f(x) = 5$$

إذا كانت :

$$(78) \quad \lim_{x \rightarrow 3} \frac{4x^2}{f(x).g(x)} =$$

$$(79) \quad \lim_{x \rightarrow 3} \left[\frac{f(x)}{5g(x)} - 6x \right] =$$

$$(80) \quad \lim_{x \rightarrow 3} \left[\frac{f(x) \times g(x)}{x+1} \right] =$$

$$\lim_{x \rightarrow 7} f(x) = 4$$

:

أوجد

إذا كانت :

$$(81) \quad \lim_{x \rightarrow 7} \left[\frac{x+1}{f(x)} + 2x \right] =$$

$$(82) \quad \lim_{x \rightarrow 7} \left[\frac{2x^2}{f(x)} - 5 \right] =$$

أوجد:

$$\lim_{x \rightarrow 5} g(x) = -6, \lim_{x \rightarrow 5} f(x) = 4$$

إذا كانت:

$$(83) \lim_{x \rightarrow 5} (f(x) - g(x)) =$$

$$(84) \lim_{x \rightarrow 5} (f(x) \times g(x)) =$$

$$(85) \lim_{x \rightarrow 5} 3g(x) =$$

أوجد:

$$\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = 5, \lim_{x \rightarrow 2} g(x) = 7$$

إذا كانت:

$$(86) \lim_{x \rightarrow 2} (f(x) + g(x)) =$$

$$(87) \lim_{x \rightarrow 2} (f(x) - 5g(x)) =$$

$$(88) \lim_{x \rightarrow 2} (f(x) \times g(x)) =$$

$$(89) \lim_{x \rightarrow 2} (g(x) + 4f(x)) =$$

$$(90) \lim_{x \rightarrow 2} (3 + 5x - f(x)) =$$

إذا كانت : $\lim_{x \rightarrow -1} g(x) = 5$, $\lim_{x \rightarrow -1} f(x) = -2$ أوجد : _____

(91) $\lim_{x \rightarrow -1} (f(x) - g(x)) =$

.....

.....

(92) $\lim_{x \rightarrow -1} (2 - f(x)) =$

.....

.....

(93) $\lim_{x \rightarrow -1} (f(x) + 3g(x) - 1) =$

.....

.....

(94) $\lim_{x \rightarrow -1} (-2f(x) \times g(x)) =$

.....

.....

امتحان 2014 / 2015 م

(إذا كان $\lim_{x \rightarrow -1} [f(x) + 2g(x)] = 15$, $\lim_{x \rightarrow -1} f(x) = 3$ فأوجد $\lim_{x \rightarrow -1} g(x)$)

اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

(95) $\lim_{x \rightarrow 1} (-4)$ تساوي : _____

- a) -4 b) 1 c) 4 d) 0

(96) إذا كانت $f(x) = 7$ فإن $\left(\lim_{x \rightarrow 1} f(x) \right) - f(0)$ تساوي : _____

- a) -7 b) 7 c) 0 d) 14

(97) إذا كانت $\lim_{x \rightarrow 1} g(x) = -1$, $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 7$ فإن $\lim_{x \rightarrow 1} \left[\frac{f(x) + g(x)}{x + 1} \right]$ تساوي : _____

- a) 3 b) 4 c) 7 d) -1

(98) إذا كانت $\lim_{x \rightarrow 4^-} f(x) = -3$, $\lim_{x \rightarrow 4^+} f(x) = 3$ فإن $\lim_{x \rightarrow 4} f(x)$ تكون : _____

- a) 3 b) -3 c) 0 d) غير موجودة

(99) $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{x + 3}{x^2 + 3x}$ تساوي : _____

- a) 3 b) 0 c) $\frac{1}{3}$ d) $-\frac{1}{3}$

(100) إذا كانت $f(x) = \begin{cases} 7 - x & : x < 3 \\ 2x + 1 & : x \geq 3 \end{cases}$ فإن $\lim_{x \rightarrow 3} f(x)$ تساوي : _____

- a) 4 b) 7 c) 10 d) غير موجودة

(101) إذا كانت $f(x) = \begin{cases} 2x + 1 & : x \geq 1 \\ 4 - x & : x < 1 \end{cases}$ فإن $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$ تساوي : _____

- a) 1 b) 3 c) 4 d) غير موجودة

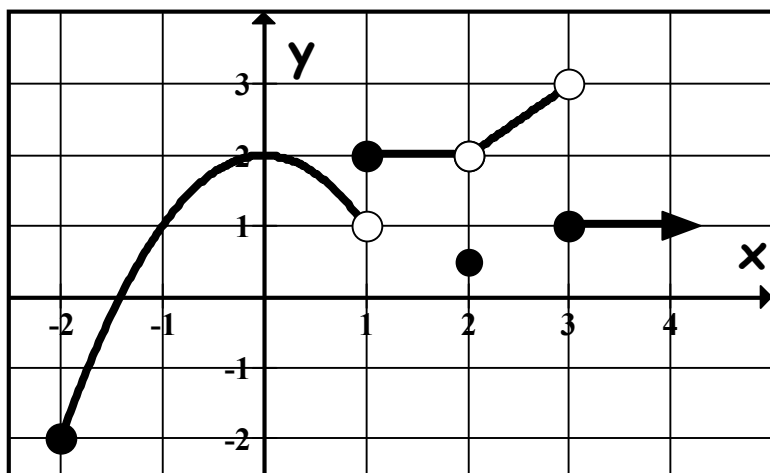
(102) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x - x^2}{x - 2}$ تساوي : _____

- a) 1 b) 2 c) -2 d) غير موجودة

تعريف

تكون الدالة f متصلة عند $x = a$ إذا كانت $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = f(a)$

اعتماداً على الشكل المرسوم والذي يمثل بيان الدالة f : ابحث اتصال الدالة عند النقاط الموضحة :



(1) ابحث اتصال الدالة عند $x = 3$

.....

.....

.....

.....

(2) ابحث اتصال الدالة عند $x = 1$

.....

.....

.....

.....

(3) ابحث اتصال الدالة عند $x = -1$

.....

.....

.....

.....

(4) ابحث اتصال الدالة عند $x = 2$

.....

.....

.....

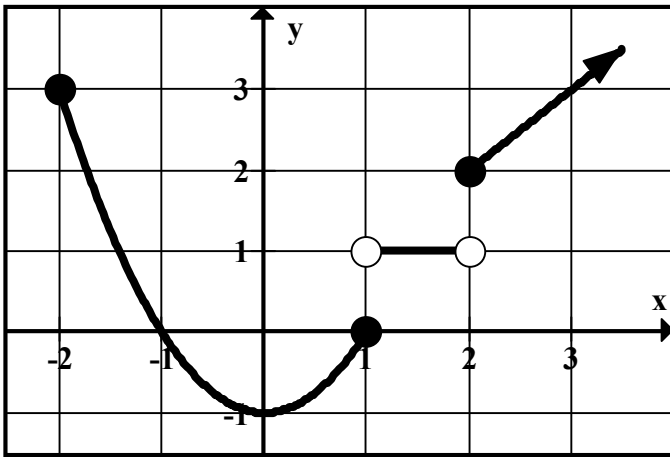
.....

قيم x التي تكون عندها الدالة $f(x)$ غير متصلة هي :

تعريف

يكون متوسط التغير في الدالة $y = f(x)$ بالنسبة إلى x :

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1} : x_2 \neq x_1$$



(5) متوسط التغير في الدالة f عندما تتغير x من $x_1 = 1$ إلى $x_2 = 3$

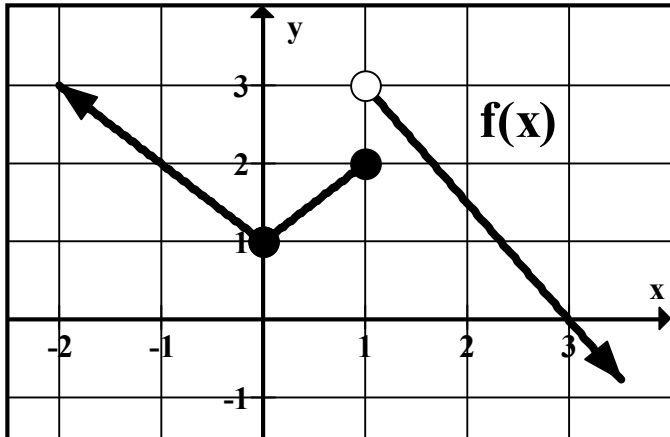
.....

.....

.....

.....

.....



(6) متوسط التغير في الدالة f عندما تتغير x من $x_1 = -2$ إلى $x_2 = 0$

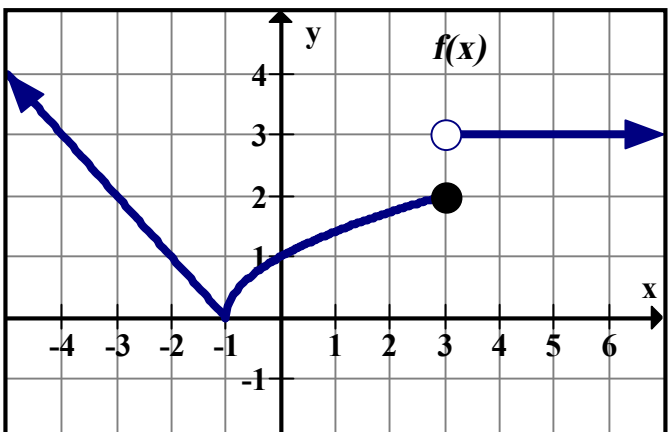
.....

.....

.....

.....

.....



(7) متوسط تغير الدالة f عندما تتغير x من $x_1 = -3$ إلى $x_2 = 0$

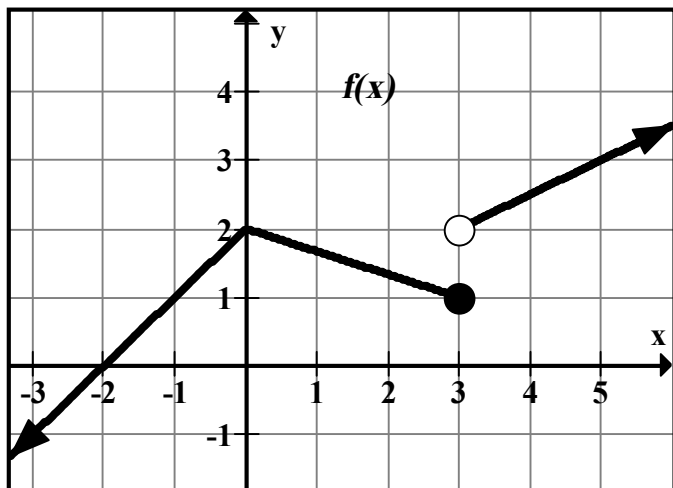
.....

.....

.....

.....

.....



(8) متوسط التغير في الدالة f عندما تتغير x
من $x_1 = 0$ إلى $x_2 = 3$

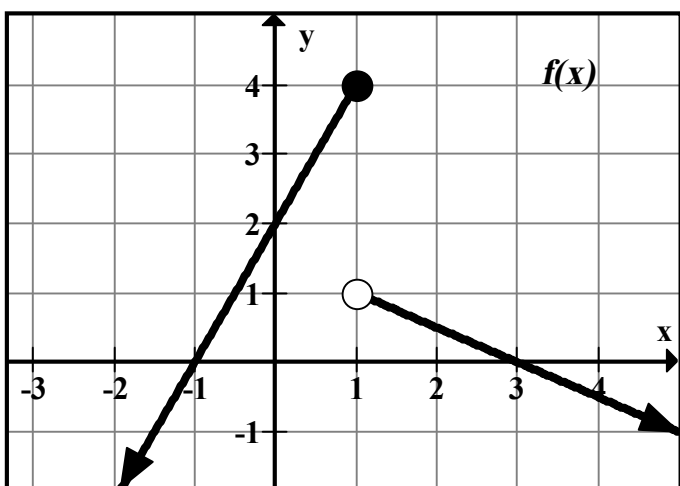
.....

.....

.....

.....

.....



(9) متوسط التغير في الدالة f عندما تتغير x
من $x_1 = 2$ إلى $x_2 = 4$

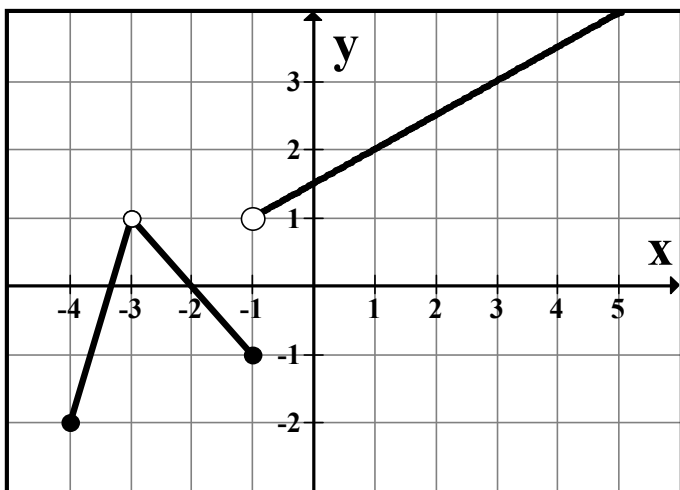
.....

.....

.....

.....

.....



(10) متوسط تغير الدالة f عندما تتغير x
من $x_1 = 1$ إلى $x_2 = 3$

.....

.....

.....

.....

.....

إذا كانت $y = x^2 + 3x - 5$ ويتغير x من $x_1 = 2$ إلى $x_2 = 3$ فأوجد كلاً من :

(11) Δx

(12) Δy

(13) متوسط التغير في y بالنسبة إلى x

إذا كانت $y = f(x) = x^2 + 1$ ويتغير x من $x_1 = 1$ إلى $x_2 = 2$ فأوجد كلاً من :

(14) Δx

(15) Δy

(16) متوسط التغير في y بالنسبة إلى x

إذا كانت $y = f(x) = x^2 + 1$ ويتغير x من $x_1 = 3$ إلى $x_2 = 5$ فأوجد كلاً من :

(17) Δx

(18) Δy

(19) متوسط التغير في y بالنسبة إلى x

إذا كانت $y = f(x) = x^2 + 4$ ويتغير x من $x_1 = 0$ إلى $x_2 = 2$ فأوجد كلاً من :

(20) Δx

(21) Δy

(22) متوسط التغير في y بالنسبة إلى x

إذا كانت $y = f(x) = 2x + 1$ ويتغير x من $x_1 = 1$ إلى $x_2 = 1.5$ فأوجد كلاً من :

(23) Δx

(24) Δy

(25) متوسط التغير في y بالنسبة إلى x

إذا كانت $y = f(x) = 1 - 4x$ ويتغير x من $x_1 = -2$ إلى $x_2 = -5$ فأوجد كلاً من :

(26) Δx

(27) Δy

(28) متوسط التغير في y بالنسبة إلى x

إذا كانت $y = f(x) = 7$ ويتغير x من $x_1 = 1.2$ إلى $x_2 = 3.2$ فأوجد كلاً من :

(29) Δx

(30) Δy

(31) متوسط التغير في y بالنسبة إلى x

إذا كانت $y = f(x) = x^2 - 3$ وتغيرت x من $x_1 = 2$ إلى $x_2 = 4$ فأوجد كلا من :

(32) $\Delta x =$

(33) $\Delta y =$

(34) متوسط التغير في y بالنسبة إلى x :

(35) إذا كان متوسط التغير للدالة f يساوي 2.5 عندما تتغير x من $x_1 = 1$ إلى $x_2 = 1.5$ وكان $f(1) = 2$ أوجد $f(1.5)$

إذا كانت $y = f(x) = 3 + 2x^2$ فأحسب متوسط التغير في y بالنسبة إلى x عندما تتغير x من x_1 إلى x_2 في كل من الحالات الآتية :

$$(36) \quad x_0 = 1 \text{ إلى } x_2 = 3$$

$$(37) \quad x_1 = 1 \text{ إلى } x_2 = 1.1$$

$$(38) \quad x_1 = 1 \text{ إلى } x_2 = 0.5$$

(39) في أحد المستشفيات أن كمية الدم التي يزود بها المرضى خلال فترة عشرة أيام كانت وفق العلاقة (وحدة)

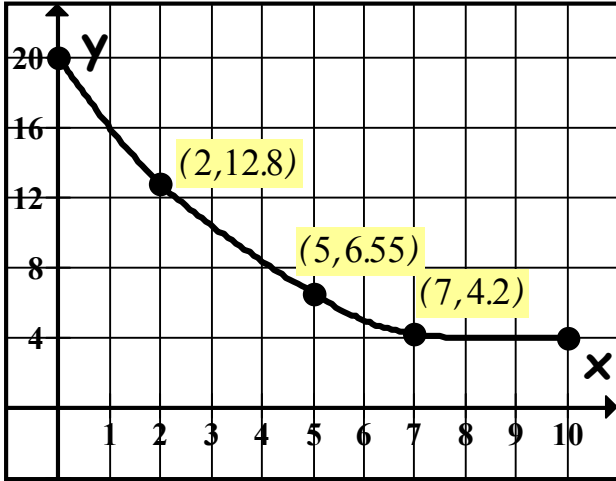
$$y = g(n) = 24 - 8n - n^2$$

حيث $g(n)$ كمية الدم المزودة للمرضى بالوحدة ، n الزمن بالأيام $0 \leq n \leq 10$

أوجد متوسط التغير في كمية الدم المزودة على الفترة الزمنية من $n_1 = 0$ إلى $n_2 = 4$ وفسر النتيجة ؟

اعتماداً على الشكل المجاور الذي يمثل بيان الدالة $g(x)$.

(40) احسب متوسط التغير في الدالة g عندما تتغير x من $x_1 = 2$ إلى $x_2 = 5$



(41) تتقاضى شركة تأجير السيارات بدل استئجار نوع معين من السيارات وفق الدالة

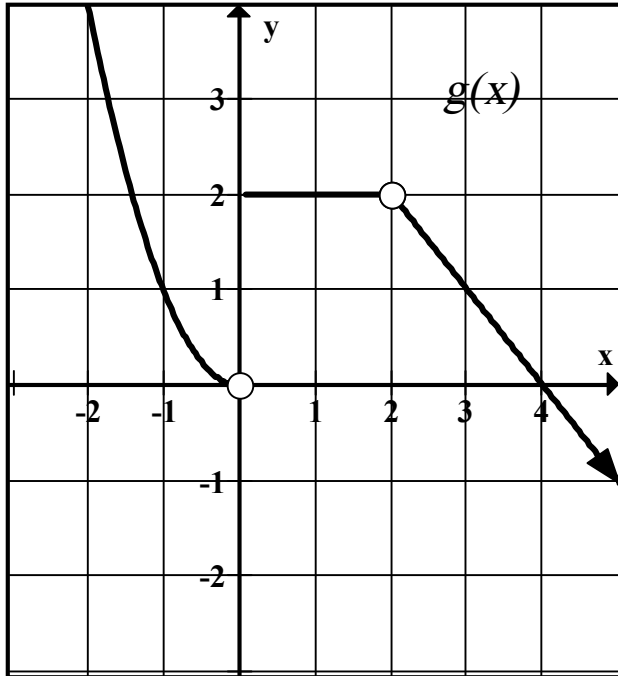
$$g(x) = \begin{cases} 100 & , x \leq 50 \\ 2x + 20 & , x > 50 \end{cases}$$

حيث $g(x)$ بالدرهم ، x المسافة التي تقطعها السيارة بالكيلومتر .

أحسب متوسط التغير فيما يدفعه المستأجر عندما تتغير المسافة المقطوعة من $x_1 = 40$ إلى $x_2 = 100$

امتحان 2011/2010 م

اعتمادا على الشكل المجاور الذي يمثل بيان الدالة $g(x)$ أوجد :



(1) $g(0) = \dots\dots\dots$

(2) $\lim_{x \rightarrow 0^+} g(x) = \dots\dots\dots$

(3) $\lim_{x \rightarrow 0^-} g(x) = \dots\dots\dots$

(4) $\lim_{x \rightarrow 0} g(x) = \dots\dots\dots$

(5) $\lim_{x \rightarrow 2} g(x) = \dots\dots\dots$

(6) إذا كانت $\lim_{x \rightarrow b} g(x) = 1$ فإن مجموعة قيم b هي

.....

.....

.....

(7) متوسط تغير الدالة $g(x)$ عندما تتغير x من $x_1 = 3$ إلى $x_2 = 4$

.....

.....

.....

تعريف مشتقة الدالة (معدل التغير) :

$$f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

ونرمز لمشتقة الدالة f بأحد الرموز التالية : $f'(x)$, y' , $\frac{dy}{dx}$

(1) إذا كانت $f(x) = 3x - 5$ فأوجد $f'(2)$ باستخدام تعريف المشتقة ..

(2) إذا كانت $f(x) = 1 - x$ فأوجد $f'(x)$ باستخدام تعريف المشتقة ثم أوجد $f'(3)$..

(3) إذا كانت $f(x) = 3x + 2$ فأوجد $f'(2)$ باستخدام تعريف المشتقة ..

(4) إذا كانت $g(x) = 1 - \frac{1}{2}x$ فأوجد $g'(3)$ باستخدام تعريف المشتقة ..

(5) إذا كانت $f(x) = -2x$ فأوجد $f'(3)$ باستخدام تعريف المشتقة ..

(6) إذا كانت $f(x) = 7x + 4$ فأوجد $\frac{dy}{dx}|_{x=2}$ باستخدام تعريف المشتقة ..

(7) إذا كانت $f(x) = x + 2$ فأوجد $\left. \frac{dy}{dx} \right|_{x=1}$ باستخدام تعريف المشتقة ..

(8) إذا كانت $f(x) = 4x + 2$ فأوجد باستخدام تعريف المشتقة $f'(2)$

إذا كانت $f(x) = 3x - 2$ أوجد :

(9) $f(2) =$

(10) $f(2+h) =$

(11) استند مما سبق في إيجاد $f'(2)$ باستخدام تعريف المشتقة .

(12) إذا كانت $g(x) = 3x - 1$ أوجد $g'(-1)$ باستخدام تعريف المشتقة

(13) إذا كانت $f(x) = 3x + 5$ فأوجد $f'(2)$ باستخدام تعريف المشتقة .

(14) إذا كانت $f(x) = 2x + 1$ فأوجد $f'(3)$ باستخدام تعريف المشتقة .

(15) إذا كانت $f(x) = 4x + 2$ فأوجد $f'(3)$ باستخدام تعريف المشتقة .

(16) إذا كانت $f(x) = 5x + 1$ فأوجد $f'(3)$ باستخدام تعريف المشتقة .

(17) أوجد ميل المماس لمنحنى الدالة $f(x) = 4x - 2$ عند $x = 3$ باستخدام تعريف المشتقة .

(18) إذا كانت $f(x) = 3 - x$ أوجد باستخدام تعريف المشتقة $f'(2)$

- (19) وجدت إحدى شركات الإعلان أن ربحها بالدرهم خلال 12 شهراً كان وفق الدالة :
- $$R(n) = 2000 + 20n^2$$
- حيث n بالأشهر ، $0 \leq n \leq 12$ ،
- احسب معدل التغير في ربح الشركة عندما $n = 3$

- (20) إذا كانت التكلفة بالدرهم لإنتاج عدد من الوحدات (x) تحسب وفق الدالة :

$$C(x) = 5000 + 0.001x^2$$

حيث $C(x)$ دالة التكلفة ، x عدد القطع المنتجة .

فأحسب معدل التغير في C بالنسبة إلى x عندما $x = 100$

امتحان 2011/2010 م

(1) إذا كانت $f(x) = 2x - 5$

باستخدام تعريف المشتقة أوجد $f'(1)$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

(2) إذا كانت $f(x) = x - 5$

إعادة 2011/2010 م

باستخدام تعريف المشتقة أوجد $\frac{dy}{dx}$ عند $x = 2$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

نظريات هامة

نظرية (1) :

إذا كانت $f(x) = c$ حيث c عدد حقيقي ثابت فإن $f'(x) = 0$

نظرية (2) :

إذا كانت $f(x) = x$ فإن $f'(x) = 1$

نظرية (3) :

(a) إذا كانت $f(x) = x^n$ فإن $f'(x) = n x^{n-1}$ حيث n عدد ثابت
(b) إذا كانت $f(x) = c \times g(x)$ فإن $f'(x) = c \times g'(x)$ حيث c عدد ثابت

نظرية (4) :

إذا كانت كل من f, g دالتين قابلتين للاشتقاق عند x وكانت $h(x) = f(x) \pm g(x)$ فإن h قابلة للاشتقاق عند x وأن : $h'(x) = f'(x) \pm g'(x)$

نظرية (5) : مشتقة حاصل ضرب دالتين :

إذا كانت كل من f, g دالتين قابلتين للاشتقاق عند x وكانت $h(x) = f(x) \times g(x)$ فإن h قابلة للاشتقاق عند x وأن : $h'(x) = f'(x) \times g(x) + g'(x) \times f(x)$
مشتقة حاصل ضرب دالتين = مشتقة الدالة الأولى $\times$ الدالة الثانية + مشتقة الدالة الثانية $\times$ الدالة الأولى

نظرية (6) : مشتقة حاصل قسمة دالتين :

إذا كانت كل من f, g دالتين قابلتين للاشتقاق عند x وكانت $g(x) \neq 0$ ، $h(x) = \frac{f(x)}{g(x)}$ فإن h قابلة للاشتقاق عند x وأن : $h'(x) = \frac{f'(x) \times g(x) - g'(x) \times f(x)}{[g(x)]^2}$

مشتقة البسط * المقام - مشتقة المقام * البسط

مربع المقام

نتيجة : إذا كانت الدالة f قابلة للاشتقاق عند x وكانت

فإن h قابلة للاشتقاق عند x وأن : $h'(x) = \frac{-a \times f'(x)}{[f(x)]^2}$

أوجد $\frac{dy}{dx}$ في كل مما يأتي :

(1) $y = 3x^2 + 5x^{-3} + \sqrt{7}$

(2) $y = \frac{x^3}{3} - \frac{1}{4}x^4 + 8^2$

(3) $f(x) = 2x^4 - 3x^{-2} + \sqrt{5}$

(4) $f(x) = 3x^6 + \frac{1}{5}x^5 - 4x^{-2} + \sqrt{5}x + \pi$

(5) $f(x) = \frac{x^2 + 1}{2} - \frac{1}{x^2} + \sqrt{3}$

(6) $f(x) = \frac{3}{x} + 7$

(7) $y = \frac{1}{5}x^5 - x^{-2} + \sqrt{2}$

(8) $y = 5x^3 + 3x^{-2} + \pi^2$

أوجد $\frac{dy}{dx}$ في كل مما يأتي :

(9) $y = 3x^4 + 5x - \sqrt{3}$

(10) $y = 3x^4 + 5x - \sqrt{3}$

(11) $y = \frac{3}{2}x^2 + 2x^{-3} - 5x - \pi$

(12) $y = x^4 + x^{-3} + \sqrt{7}, x \neq 0$

(13) $y = 5x^{-1} + 6x^{-4} + \frac{1}{2}, x \neq 0$

(14) $y = (x - 3)^2$

(15) $y = \frac{1}{4}x^4 - 5x^{-2} + 4x + \pi^3$

أوجد $\frac{dy}{dx}$ في كل ما يأتي:

(16) $y = (x+1)(x^2-1)$

(17) $y = (x+5)(x^2-3x-1)$

(18) $f(x) = (x-1)(x^2+x+1)$

(19) $y = 4x(x^3-1)$

(20) $y = (x^2+1)(x-1)$

(21) $y = (2x^2-5)(x+1)$

(22) $y = (2-x)(x^2+1)$

أوجد $\frac{dy}{dx}$ في كل مما يأتي:

(23) $y = \frac{2x-1}{x+1}$

(24) $y = \frac{x}{x^2+2}$

(25) $y = \frac{2x-1}{x+1}$

(26) $y = \frac{5}{x+1}$

(27) $y = \frac{-5}{x^2-1}$

(28) $y = \frac{5}{x^2+1}$

أوجد $f'(x)$ في كل مما يأتي :

(29) $f(x) = \frac{x^2}{x+1}$

(30) $f(x) = \frac{2x}{x+1}$

(31) $f(x) = (2x-7)^{-1}(x+5)$

(32) $f(x) = \frac{2x-1}{x+1}$

(33) تنتج شركة صناعية سلعة استهلاكية تكلفة إنتاج قطعة منها تعطى بالعلاقة :

$$C(x) = 3x^2 + 20x + 30 \text{ حيث } C(x) \text{ بالدرهم}$$

أوجد معدل التغير في تكلفة الإنتاج عند $x = 20$

(34) تنتج شركة صناعية سلعة استهلاكية تكلفة إنتاج قطعة منها تعطى بالعلاقة :

$$C(x) = 5000 + 10x + 0.05x^2 \text{ حيث } C(x) \text{ بالدرهم}$$

أوجد معدل التغير في تكلفة الإنتاج عند $x = 100$

امتحان 2014 / 2015 م

(35) إذا كان ربح ، لدى الشركات يحسب وفق الدالة $R(x) = 3500x - 25x^2 - 1000$

حيث x عدد الوحدات المنتجة شهريا ، $R(x)$ بالدرهم $0 \leq x \leq 100$

أوجد

(1) متوسط التغير في دالة الربح $R(x)$ عندما يتغير الإنتاج من $x = 50$ إلى $x = 52$

(2) معدل التغير في ربح الشركة عندما $x =$

إذا كانت $g'(2) = -4$, $f(2) = -5$, $f'(2) = 2$, $g(2) = 1$

أوجد $h'(2)$ حيث :

(36) $h(x) = f(x) - g(x)$

(37) $h(x) = f(x) + 4x$

(38) $h(x) = (f(x))^2$

(39) $h(x) = f(x) - g(x)$

(40) $h(x) = 4x^2 - 6f(x)$

(41) $h(x) = \frac{f(x)}{g(x)}$

امتحان 2014 / 2015 م

42) إذا كان $f(2) = -1$, $f'(2) = 5$ أوجد $h'(2)$ حيث

$h(x) = xf(x) + 1$

$h(x) = \frac{2}{f(x)}$

يمثل الجدول التالي قيم كل من $f(x)$, $f'(x)$ عند العددين 1 , 2 أوجد :

(43) $h'(1)$ حيث $h(x) = f(x) + x$

x	$f(x)$	$f'(x)$
1	-2	4
2	2	-1

(44) $h'(2)$ حيث $h(x) = \frac{2}{f(x)}$

(45) $h'(1)$ حيث $h(x) = (f(x))^2$

يمثل الجدول التالي قيم كل من $f(x)$, $f'(x)$ عند العددين 1 , 2 أوجد :

(46) $h'(2)$ حيث $h(x) = (f(x))^2$

x	$f(x)$	$f'(x)$
2	1	4
8	2	-3

(47) $h'(8)$ حيث $h(x) = \frac{4}{f(x)}$

(48) $h'(2)$ حيث $h(x) = x^2 + f(x)$

امتحان سابقة

(49) إذا كانت $f'(1) = -2$ وكانت $g(x) = 5f(x) + \frac{1}{x^2}$ فأوجد $g'(1)$

(50) إذا كانت : $f'(2) = 7$, $f(2) = 4$, $g(x) = 3x f(x)$ فأوجد $g'(2)$

(51) إذا كانت $f'(3) = 5$ وكانت $g(x) = 2x^2 - 3f(x)$ فأوجد قيمة $g'(3)$:

أوجد $\frac{dy}{dx}$ لكل مما يلي :

(52) $y = 2x^4 - 5x^3 + \sqrt{7}$

(53) $y = (3x + 1)(x^2 - 4)$

(54) $y = \frac{x^2}{5x + 2}$

أوجد $\frac{dy}{dx}$ لكل مما يلي :

(55) $y = 4x^2 - 2x^{-3} + 7x - \sqrt{3}$

(56) $y = (x^2 + 2)(x + 3)$

(57) $y = \frac{2x}{3x + 1}$

أوجد $\frac{dy}{dx}$ لكل مما يلي :

(58) $y = x^4 - 2x^3 + 5$

(59) $y = (3x^2 - 7x)(x^3 + 1)$

(60) $y = \frac{x + 5}{x^2}$

أوجد _____ $\frac{dy}{dx}$ لكل مما يلي :

(61) $y = 2x^5 - 3x^{-2} + \pi$

(62) $y = (x-1)(x^2+1)$

(63) $y = \frac{7x}{x-6}$

(ثانياً) : أوجد _____ $\frac{dy}{dx}$ لكل مما يلي :

(64) $y = 2x^5 - 3x^{-2} + \pi^2$

(65) $y = (x-1)(x^2+1)$

(66) $y = \frac{7x}{x-6}$

أوجد $\frac{dy}{dx}$ لكل مما يلي :

(67) $y = 3x^5 - \frac{x^2}{5} - x - 4$

(68) $y = (3x + 1)(2 - x)$

(69) $y = \frac{x - 1}{x^2 + 2x}$

أوجد $\frac{dy}{dx}$ لكل مما يلي :

(70) $y = 2x^5 - x^{-2} + x - 11$

(71) $y = (x^2 - 2)(3x + 1)$

(72) $y = \frac{4x + 1}{x + 2}$

أوجد $\frac{dy}{dx}$ لكل مما يلي :

(73) $y = 3x^4 - \frac{1}{x^2} + \sqrt{2}x - 5^2$

(74) $y = \left(\frac{x}{2} + 1\right)(7 - x)$

(75) $y = \frac{x^2}{x - 5}$

امتحان 2014 / 2015 م

$y = x^3 - \frac{1}{2}x^{-2} + \frac{1}{2}$

(76) أوجد $\frac{dy}{dx}$ في كل مما يأتي :

$y = (2x - 1)(3x^2 + 1)$

$y = \frac{x+1}{x-1}$

$y = \sqrt[7]{x^5}$

امتحان 2011/2010 م

أوجد $\frac{dy}{dx}$ لكل مما يلي :

(1) $y = x^2 - x^{-2} + 4$

(2) $y = (x - 7)(x + 7)$

(3) $y = \frac{x}{x-1}$

يمثل الجدول التالي قيم كلاً من $f(x)$, $f'(x)$ عند $x = 2$, $x = 1$ فأوجد

x	$f(x)$	$f'(x)$
1	3	2
2	6	4

(4) $g'(2)$ عندما $g(x) = \frac{1}{f(x)}$

(5) $g'(1)$ عندما $g(x) = (f(x))^2 + 1$

إعادة 2011/2010 م

أوجد $\frac{dy}{dx}$ لكل مما يلي :

(6) $y = x^5 - \frac{x}{5} - 2x^{-3} + 7$

(7) $y = (x^2 - 1)(x - 4)$

(8) $y = \frac{3x + 2}{x + 7}$

(9) إذا كانت $\lim_{x \rightarrow 3} f(x) = 7$

فأوجد $\lim_{x \rightarrow 3} (2f(x) + 3x + 5)$